

Rivelatori

- **Introduzione : l'interazione radiazione-materia**

In generale si può schematizzare una gran parte di esperimenti fisici nel modo seguente :

sorgente -> campione -> rivelatore

I tipici apparati di inizio secolo (Balmer, Pashen, Lyman) ricalcano questo schema.

Prendiamo dunque i primi esperimenti di spettroscopia : la sorgente coincideva con il campione, che in genere era rappresentato da un bulbo pieno di gas; sul bulbo si faceva entrare una radiazione, o si eccitava in altro modo. Gli atomi del campione si rilassavano, emettendo radiazione. Dunque, questa radiazione emessa era rivelata, in genere usando una lastra fotografica.

Si osservavano delle serie di righe con diversa intensità. 'Calibrando' la lastra si poteva misurare la lunghezza d'onda delle varie righe.

La lastra fotografica può sembrare antiquata, ma presenta una serie di vantaggi, rispetto a strumenti più moderni come ad esempio i fotomoltiplicatori.

Un vantaggio della lastra fotografica è la possibilità di registrare per un lungo lasso di tempo ad es. diversi giorni), cosa che è utile ad esempio per rivelare *eventi rari*. Pensiamo ad esempio agli esperimenti di diffrazione di particelle : il pattern di diffrazione (o di interferenza, se si usa la doppia fenditura) si vede solo se si sovrappongono gli 'impatti' delle singole particelle.

Una matrice CCD può essere vista come una sofisticata lastra fotografica (array di fotodiodi, che trasducono l'interazione con i fotoni in un segnale elettrico).

Complementarmente a questo schema dell'eccitazione-rilassamento-emissione esiste lo schema dell'assorbimento.

In questo caso abbiamo una certa sorgente luminosa (lampada, etc.); la sua radiazione viene 'dispersa', con un prisma o un reticolo. Poi viene realizzata una fenditura che intercetta solo una piccola porzione di radiazione diffratta. Più è piccola la porzione, più è monocromatica, ma è anche più debole.

A questo punto si fa incidere la radiazione monocromatica selezionata attraverso il campione, e si misura se e quanto è attenuata.

Ogni volta che la frequenza selezionata è in risonanza con una transizione si avrà un assorbimento e dunque un'attenuazione della radiazione in uscita.

La legge di Lambert-Beer descrive il fenomeno dell'assorbimento :

$$I = I_0 e^{-\mu z}$$

dove μ è il 'coefficiente di assorbimento' e z è il tratto percorso nel campione.

Osservazione :

Lo spettro di emissione e lo spettro di assorbimento non sono esattamente 'complementari'.

Soprattutto, la differenza sta nel fatto che nell'esperimento di assorbimento gli stati ad alta energia, in condizioni 'normali' (temperatura ambiente) sono scarsamente popolati.

Infatti, se consideriamo la distribuzione di Boltzmann :

$$e^{-\frac{\mu E}{k T}}$$

essendo $k T$ a temperatura ambiente dell'ordine di 4×10^{-2} eV, tutti i livelli con energia molto superiore sono 'sulla coda dell'esponenziale', e dunque sono scarsamente popolati.

In definitiva, vengono assorbite, e dunque attenuate, solo frequenze relativamente piccole.

Il campo dell'interazione radiazione-materia è un campo ancora fertile, e ne è prova il fatto che ancora di recente vengono dati premi Nobel in fisica a lavori in questo campo (laser cooling, condensazione di Bose-Einstein, etc.).

- **Lo spettro elettromagnetico**

La radiazione elettromagnetica è ben descritta (in parte) da un'onda che si propaga.

Le proprietà ondulatorie della radiazione elettromagnetica emergono ad esempio nei fenomeni di interferenza e diffrazione.

Accanto a questa descrizione 'classica' c'è anche quella quantistica, che si deve usare per tenere conto di altri fenomeni.

In termini quantistici il 'quanto di energia' associato alla radiazione elettromagnetica è il fotone che ha energia $h\nu$, massa a riposo nulla, e velocità nel vuoto pari a c .

Nella descrizione ondulatoria classica la velocità di propagazione della radiazione è la velocità di fase dell'onda.

La velocità di fase di un'onda è per definizione la derivata dell'indice di rifrazione in funzione della frequenza (pulsazione) $\frac{d n(\nu)}{d \nu}$.

In realtà si tratta della derivata della relazione di dispersione, ma il modulo del vettore d'onda dipende dalla frequenza essenzialmente tramite l'indice di rifrazione.

Il prof fa una digressione sulla 'luce ritardata', cioè sulla propagazione della luce in un condensato di Bose-Einstein.

Il fenomeno del ritardo così pronunciato è legato al fenomeno della dispersione anomala ('disuniformità' della pendenza di $n(\omega)$).

Nella descrizione quantistica, il fotone ha un momento della quantità di moto che vale $h \omega/c$ e un momento angolare $\pm \hbar$, 0 (questo è legato al fatto che il fotone 'trasporta spin').

C'è un 'tensore degli sforzi' delle equazioni di Maxwell, e dunque anche nella descrizione classica si possono definire i momenti.

- Esperimento di Bethe (per la dimostrazione dell'esistenza del momento angolare della luce) :

si prende una 'lastra' di materiale birifrangente (vedi) come la calcite.

Per sommi capi un materiale birifrangente (tipicamente un cristallo) è un mezzo che ha una 'direzione privilegiata' detta 'asse ottico'.

A seconda della geometria dell'onda, cioè dell'angolo tra la direzione di polarizzazione della radiazione e l'asse ottico, il materiale 'presenta' un indice di rifrazione diverso.

Se allora scomponiamo la radiazione in due componenti con polarizzazione ortogonale, queste due componenti 'vedono' un indice di rifrazione diverso e dunque accumulano una differenza di fase.

Quando si 'ricompongono' le due componenti di polarizzazione dopo il passaggio attraverso la lastra, la 'polarizzazione totale' è cambiata.

Riassumendo, tra prima e dopo il passaggio nella lastra la polarizzazione della luce cambia.

Se la polarizzazione è di tipo circolare, si può scegliere opportunamente lo spessore della lastra in modo che il 'ritardo' tra le due fasi sia tale da avere, tra prima e dopo, un 'cambio nel senso della rotazione della polarizzazione'. In particolare si parla di 'polarizzazione $\square+$ ' e 'polarizzazione $\square-$ ' per la polarizzazione circolare sinistrorsa e destrorsa (rispettivamente, ma non so in che ordine).

Questo cambiamento nel 'senso di rotazione della polarizzazione', implica una variazione del momento angolare trasportato dalla luce (questo me lo devono spiegare meglio...).

Ma se la luce ha variato il suo momento angolare, vuol dire che lo ha scambiato con la lastra, che quindi ha a sua volta variato il suo.

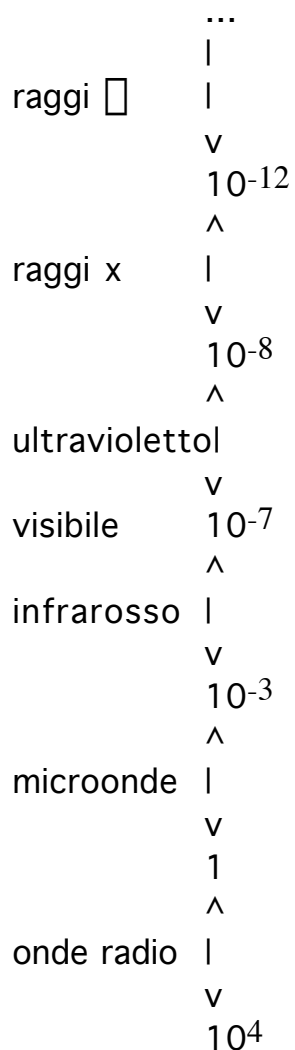
Dunque l'esperimento, mostrando una rotazione della lastra a seguito del passaggio della luce, metteva in evidenza il fatto che la radiazione elettromagnetica possiede

un momento angolare.

• Ordini di grandezza della radiazione elettromagnetica

(lez 2, t= 30' 17")

descrizione	λ (m)	ν (Hz)	k (cm ⁻¹)	E (eV)
raggi γ	$< 10^{-12}$ (1pm)	$> 10^{20}$	$> 10^{14}$	$> 10^5$
raggi x	$10^{-12} \div 10^{-8}$	$10^{16} \div 10^{20}$	$10^{14} \div 10^{10}$	$10^2 \div 10^5$
ultravioletto	$10^{-8} \div 10^{-7}$	$10^{15} \div 10^{16}$	$10^{10} \div 10^9$	$5 \div 10^2$
visibile	10^{-7} (0.4 \div 0.78 μ m)	$(7.9 \div 3.85) \times 10^{14}$ (790 \div 385 THz)	$8 \times 10^8 \div 1.6 \times 10^9$	$1 \div 5$
infrarosso	$10^{-6} \div 10^{-3}$	$10^{11} \div 10^{14}$	$10^{10} \div 10^5$	$10^{-3} \div 1$
microonde	$10^{-3} \div 1$	$10^8 \div 10^{11}$	$10^5 \div 10^1$	$10^{-6} \div 10^{-3}$
radioonde	$1 \div 10^4$	$10^4 \div 10^8$	$10^1 \div 10^{-2}$	$10^{-11} \div 10^{-6}$



- tabella dettagliata del visibile

colore	λ (m)	ν (Hz)
violetto	$(3.8 \div 4.3) \times 10^{-7}$	$(7.9 \div 7) \times 10^{14}$
indaco	$(4.3 \div 4.6) \times 10^{-7}$	$(7 \div 6.5) \times 10^{14}$
blu	$(4.6 \div 4.9) \times 10^{-7}$	$(6.5 \div 6.1) \times 10^{14}$
verde	$(4.9 \div 5.6) \times 10^{-7}$	$(6.1 \div 5.35) \times 10^{14}$
giallo	$(5.6 \div 5.8) \times 10^{-7}$	$(5.35 \div 5.15) \times 10^{14}$
arancio	$(5.8 \div 6.2) \times 10^{-7}$	$(5.15 \div 5.15) \times 10^{14}$
rosso	$(6.2 \div 7.8) \times 10^{-7}$	$(4.85 \div 3.85) \times 10^{14}$

- spettro : sorgenti e rivelatori

radiazione	sorgente naturale	sorgente artificiale	rivelatori
raggi γ	nuclei atomici	acceleratori	contatori Geiger e di scintillazione
raggi x	elettroni interni	tubi a raggi x (elettroni accelerati e poi frenati su un bersaglio (bremstraalungh))	camere di ionizzazione
ultravioletta	elettroni interni ed esterni	sincrotroni e laser	effetto fotoelettrico fotomoltiplicatori
visibile		-lampade -laser	effetto fotoelettrico fotomoltiplicatori
infrarossa	vibrazioni e rotazioni molecolari	-lampade -laser	bolometri
microonde	-rotazioni molecolari -transizioni tra livelli di struttura fine o iperfine	-maser -magnetron (bunch di elettroni oscillanti in una cavità)	radiotelescopi
radioonde	transizioni elettroniche	circuiti elettronici	radiotelescopi

note:

- I radiotelescopi rivelano fotoni a bassa energia, nella banda delle microonde o delle onde radio. Sono radiazioni associate alle transizioni di certi livelli caratteristici dell'idrogeno.

- Ci sono due grosse famiglie di rivelatori, la famiglia dei rivelatori fotoconduttivi e fotoemissivi, e la famiglia dei bolometri e delle termopile.

Nella prima famiglia ci sono due tipologie, che si riconducono allo stesso fenomeno fisico, e cioè l'effetto fotoelettrico.

I rivelatori fotoconduttivi (o fotoelettrici) come i fotodiodi, l'effetto fotoelettrico

'mette in moto' gli elettroni all'interno di un semiconduttore, senza farli uscire. Invece nei rivelatori fotoemissivi (fotomoltiplicatori) l'effetto fotoelettrico 'fa uscire fuori' dal materiale gli elettroni.

Nella seconda famiglia di rivelatori ci stanno i bolometri e le termopile. Questi tipi di rivelatori si basano sul fatto che un certo materiale, investito da una radiazione, per effetto essenzialmente termico varia la sua resistenza elettrica. Le termopile, costituite da una giunzione tra due metalli, sono basate sull'effetto Sibeck : se metto a contatto due metalli diversi, il diverso potenziale chimico genera una ddp ai capi "esterni" della giunzione. Se si varia la temperatura della giunzione, varia la 'facilità' con cui gli elettroni passano la giunzione, e dunque varia la ddp.

In generale la prima famiglia (fotoelettrici e fotomoltiplicatori) sono adatti a rilevare radiazione a più alta frequenza (visibile), mentre bolometri e termopile sono adatte per l'infrarosso e il lontano infrarosso.

*** promemoria ***

$$c = \square\square = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV sec} \quad (\text{vedi}) \quad (\text{costante di Plank})$$

- lunghezze d'onda

$$1 \square\text{m} = 10^{-6} \text{ m} \quad (\text{micrometro, o 'micron'})$$

$$1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m} \quad (\text{nanometro})$$

$$1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m} \quad (\text{\AA}ngstrom)$$

la lunghezza d'onda del visibile è dell'ordine del micron (0.4 ÷ 0.8 $\square\text{m}$)

- frequenze

$$1 \text{ GHz} = 10^9 \text{ Hz} \quad (\text{Gigahertz})$$

$$1 \text{ THz} = 10^{12} \text{ Hz} \quad (\text{terahertz})$$

la frequenza del visibile è dell'ordine delle centinaia di terahertz (430 ÷ 750 THz)

vedi Menc. II 381

per convertire da lunghezza d'onda a numero d'onda, tenere presente che, nel vuoto, $k = 2\square/\square$, e dunque approssimativamente

$$\lambda = 1 \text{ m} \quad k = 1000 \text{ cm}^{-1}$$

- esempi di conversioni :

$$\lambda = 0.4 \text{ m}$$

$$\nu = c / \lambda = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{4 \times 10^{-7} \text{ s}} = 0.75 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

$$\nu = 7.9 \times 10^{14} \text{ Hz} \quad \lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{7.9 \times 10^{14} \text{ s}^{-1}} = 3.7 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$k = \frac{2 \pi}{\lambda} = \frac{6.3}{4 \times 10^{-7} \text{ m}} = 1.6 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$$

• **Grandezze radiometriche**
(t=1h05'10")

Nota generale : l'intensità è una potenza per unità di superficie (dunque è un flusso).

Vediamo adesso una serie di grandezze rilevanti per lo studio della radiazione elettromagnetica.

* **Potenza radiante** (o flusso radiante)
energia totale emessa nell'unità di tempo (potenza)

$$\text{simbolo } W = \frac{dQ}{dt}$$

unità di misura [W] (watt)

* **Energia radiante**
energia totale emessa

$$\text{simbolo } Q = \int_0^t W(t) dt$$

unità di misura [Q] = [J]

* **Densità di energia radiante**

energia radiante per unità di volume (ad esempio dentro una cavità)

simbolo u

unità di misura $[u] = [J/m^3]$

Di tutte e tre queste grandezze (potenza radiante, energia radiante e densità di energia radiante) esiste la 'versione spettrale', cioè la grandezza considerata limitatamente ad una certa lunghezza d'onda, per intervallo unitario di lunghezza d'onda : $W(\lambda)$, $Q(\lambda)$, $u(\lambda)$.

* **Radianza** (o brillantezza)

energia emessa nell'unità di tempo (potenza) dalla superficie unitaria della sorgente nell'unità di angolo solido.

Questa grandezza dipende in generale dalla direzione di emissione e dalla lunghezza d'onda.

$$\text{simbolo } L = \frac{d^2 W}{d\Omega dA'}$$

unità di misura $[L] = [W m^{-2} \text{ster}^{-1}]$

per capire, la potenza radiante si ottiene integrando la radianza su tutto l'angolo solido e su tutta la superficie della sorgente :

$$W = \oint_{\Omega} \oint_{A'} L(\Omega, \Omega')$$

* **Intensità radiante**

energia emessa nell'unità di tempo (potenza) nell'unità di angolo solido.

Questa grandezza dipende dalla direzione di emissione. La differenza con la radianza è che qui si considera tutta la superficie della sorgente.

$$\text{simbolo } I^* = \oint_{\Omega} L dA \cos\theta$$

unità di misura $[I^*] = [W \text{ster}^{-1}]$

Queste prime cinque grandezze (potenza radiante, energia radiante, densità di energia radiante, radianza, intensità radiante) considerano la radiazione dal punto di vista della sorgente (da qui l'aggettivo 'radiante').

Vediamo invece che la prossima considera la radiazione dal punto di vista del rivelatore, o comunque dell'oggetto con cui la radiazione interagisce.

* **Intensità luminosa**

energia che nell'unità di tempo (potenza) incide o attraversa la superficie unitaria (dunque globalmente è un flusso di energia).

simbolo
$$I = \frac{dW}{dA}$$

unità di misura $[I] = [W/m^2]$

Facciamo delle valutazioni 'fisiche' su questa grandezza, cioè fissiamo un piano e cerchiamo un'espressione di questa grandezza, cioè del flusso di energia passante. Supponiamo di stare a grande distanza dalla sorgente, in modo da approssimare la radiazione che arriva con un'onda piana :

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - kx).$$

L'intensità è il vettore di Poynting associato a quest'onda :

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$$

esplicitando il campo magnetico in funzione di quello elettrico si ha

$$S = \epsilon_0 c E^2$$

$$S = \epsilon_0 c E_0^2 \cos^2(\omega t - kx).$$

Ora, la questione è che questa è l'intensità (flusso di energia) istantanea. Ma poiché i periodi di oscillazione di questa quantità periodica sono molto piccoli (per il visibile si parla di frequenze dell'ordine dei TeraHertz, cioè periodi dell'ordine di 10^{-12} secondi) quello che realmente misurano gli strumenti è la media temporale di questa intensità :

$$\begin{aligned} \langle I \rangle &= \epsilon_0 c E_0^2 \langle \cos^2(\omega t - kx) \rangle \\ &= \frac{\epsilon_0}{2} c E_0^2 \end{aligned}$$

dove abbiamo usato che la media del coseno quadro è 1/2.

(a questo punto il prof comincia a parlare di teoria delle perturbazioni, ma non ho capito dove vuole andare a parare. Ho ascoltato fino a 1h29'40")

- **Parametri dei rivelatori**
(lez 3, t=)

La porzione di spettro elettromagnetico che ci prefiggiamo di indagare è quella che va dall'ultravioletto all'infrarosso.

I parametri rilevanti di un rivelatore sono i seguenti

- * Sensibilità
- * Risposta spettrale
- * Risposta temporale
- * Rumore
- * Linearità
- * Costo!
- * Dimensioni (ingombro)

Vediamo in dettaglio:

- **Sensibilità**

E' un parametro comune a tutti gli strumenti di misura.

Consideriamo il rivelatore come un trasduttore, cioè una 'scatola nera' in cui entra la luce e esce un segnale, generalmente elettrico, in corrente o in tensione.

Per definizione la sensibilità è il rapporto tra il segnale in uscita e la potenza ottica in ingresso :

$$R = \frac{S}{P}$$

(si può parlare di 'funzione di trasferimento' del trasduttore).

S è solitamente un segnale elettrico (tensione o corrente) e P è la potenza luminosa, dunque l'unità di misura della sensibilità è :

$$[R] = [\text{volt/watt}]$$

oppure

$$[R] = [\text{ampere/watt}].$$

In generale un rivelatore ha una 'superficie attiva' finita. Dunque quando si parla di potenza luminosa entrante non sempre questa è pari alla intensità luminosa che arriva al rivelatore. Può succedere sia che parte della potenza in ingresso non entra nella superficie attiva, sia all'opposto che la radiazione è molto limitata spazialmente, e non interessa tutta la superficie attiva ma solo una sua parte.

In entrambi i casi, per tenere conto della finitezza della superficie attiva possiamo definire la sensibilità come :

$$R = \frac{S}{P A}$$

dove A è appunto l'estensione della superficie attiva.

- Risposta spettrale

Questo parametro tiene conto del fatto che tutti i rivelatori hanno un comportamento diverso alle diverse frequenze. Innanzitutto c'è una finestra spettrale al di fuori della quale il rivelatore 'non funziona'.

Ma a parte questo c'è poi una curva che rappresenta la sensibilità in funzione della frequenza (o della lunghezza d'onda).

Infatti la sensibilità è il risultato di una combinazione di proprietà del rivelatore, alcune delle quali dipendono dall'energia dei fotoni, ossia dalla frequenza :

$$R = R(\lambda).$$

Per i rivelatori termici la sensibilità dipende essenzialmente dall'assorbimento (l'elemento sensibile assorbe la radiazione, riscaldandosi, e questo provoca una variazione della resistenza elettrica, che viene rilevata da un circuito).

Invece per i rivelatori quantistici la sensibilità dipende essenzialmente dall'efficienza quantistica (vedi oltre).

I rivelatori termici hanno una $R(\lambda)$ in genere abbastanza 'piatta', cioè la sensibilità non varia troppo con la frequenza (ad esempio basta dipingere di nero l'elemento sensibile affinché assorba tutto lo spettro visibile 'allo stesso modo').

Se la curva di risposta spettrale non è nota, la si può ricavare.

Abbiamo bisogno di una sorgente che emette 'in maniera nota', ossia una sorgente di cui conosciamo la curva intensità-frequenza.

Dopodiché, abbiamo bisogno di un monocromatore, per separare singole porzioni 'monocromatiche' di radiazione (monocromatore = prisma o reticolo + fenditura).

Potere risolutivo di un monocromatore = $\frac{\lambda}{\Delta\lambda}$.

In generale per calibrare occorre qualcosa di noto. Un buon 'campione' è lo spettro

di corpo nero.

Un'alternativa sono delle sorgenti 'non continue' ma ben note, tipo 'il doppietto del sodio', etc.

- Sensibilità media

Se sul rivelatore arriva una 'luce policromatica', e abbiamo un rivelatore con una certa risposta spettrale, quello che dobbiamo considerare è la sensibilità media :

$$\bar{R} = \frac{\int R(\lambda) p(\lambda) d\lambda}{\int p(\lambda) d\lambda}$$

dove $p(\lambda)$ è lo spettro di emissione della sorgente.

- Risposta temporale (prontezza)

Se ho un laser 'in continua' non è molto importante la risposta temporale.

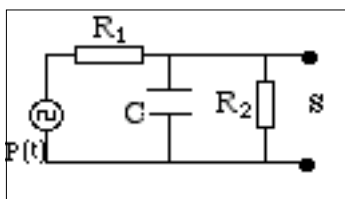
Lo è solo 'all'inizio e alla fine' del segnale. Se per esempio il segnale è in continua, ma lo passiamo prima in un 'chopper' (affettatore), il rivelatore non riporterà un segnale rettangolare.

Più in generale se abbiamo un segnale in ingresso che è modulato, bisogna tenere conto della *risposta temporale* del rivelatore.

Per fissare le idee, teniamo conto degli 'aspetti elettronici' del rivelatore.

Un rivelatore è in genere immesso in un circuito elettrico, ed esso stesso è un apparato elettrico (o elettronico).

Questo apparato ha in generale una sua resistenza e una sua capacità, e inoltre ci sarà una resistenza 'risultante' (R_2 ?) in parallelo con il segnale :



Questo tipo di circuito ha un suo tempo caratteristico di risposta, e una conseguente 'frequenza di taglio'. Per i segnali al di sotto della frequenza di taglio la sensibilità comincia a diminuire, fino a diventare nulla abbastanza rapidamente.

Dall'elettronica sappiamo inoltre che la sensibilità in funzione della frequenza di modulazione del segnale è :

$$R(\omega) = \frac{R(0)}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}}$$

dove $R(0)$ è la sensibilità per un segnale continuo (risposta statica), e ω_0 è la *frequenza di taglio*, per la quale valgono le seguenti relazioni :

$$\omega_0 = \frac{1}{2\tau} = \frac{1}{2RC}$$

dove τ è il *tempo caratteristico del rivelatore* (grosso modo è la prontezza, ma non sono sicuro, comunque è legato alla prontezza, cioè al tempo che ci mette lo strumento ad ‘accorgersi’ del segnale).

Il legame tra il tempo caratteristico e i parametri del circuito è :

$$\tau = \frac{1}{c} \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} = \tau_0$$

dove τ_0 è la pulsazione di taglio.

(nota che per un circuito RC semplice il tempo caratteristico è RC, mentre qui ci sono due resistenze...)

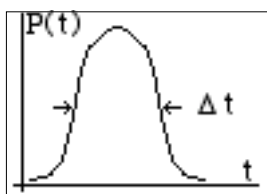
Infine, facendo i conti si ottiene che la sensibilità alla frequenza di taglio è $1/\sqrt{2}$ volte la sensibilità al segnale continuo (risposta statica) :

$$R(\omega_0) = \frac{R(0)}{\sqrt{2}}$$

• Rivelatori ‘joule meter’

In generale i rivelatori danno una lettura che è proporzionale alla potenza in ingresso, e si parla di ‘power meter’.

In alcuni casi è però utile rilevare l’energia in ingresso, integrando cioè nel tempo. Tipicamente questo è il caso in cui il segnale da rilevare è un *segnale pulsato*, di cui può essere interessante misurare appunto l’energia totale dell’impulso :

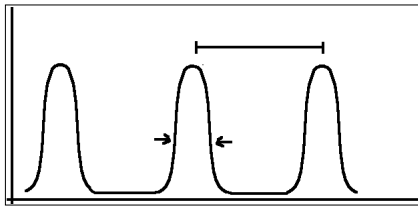


$$E = \int P(t) dt$$

nota la 'durata dell'impulso' Δt (che in realtà è la durata 'tolte le code', cioè a metà altezza) è possibile ricavare la potenza di picco :

$$P_{\text{picco}} = \frac{E}{\Delta t}$$

Consideriamo adesso un 'treno di impulsi', con una certa 'frequenza di impulso' (repetition rate) :

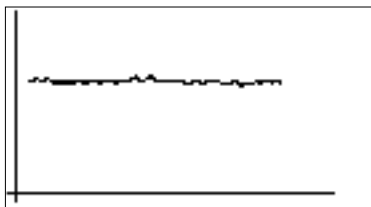


in questo caso è definita anche una potenza media del treno di impulsi.

In altre parole se dividiamo l'energia totale del singolo picco per la 'durata' del singolo picco abbiamo la potenza di picco del singolo impulso (come visto). Invece se dividiamo l'energia dell'impulso per il periodo tra gli impulsi (o moltiplichiamo per la 'frequenza di impulso) abbiamo la potenza media di tutto il treno di impulsi. Questa potenza media è quella che leggerebbe uno strumento non abbastanza pronto per seguire la repetition rate.

- **Introduzione al rumore**
(lez3 t=1h21'00")

Se riveliamo un qualunque segnale, ad esempio continuo, avremo sempre un certo rumore :



Il rumore 'da fastidio', perché se ci interessa rivelare un segnale che è più piccolo di questo rumore, non lo possiamo 'vedere'.

Per dare una misura del rumore, una maniera è quella di calcolare lo scarto quadratico medio del segnale :

$$N = \left(\overline{S^2} \right)^{1/2}.$$

Se c'è più di una sorgente di rumore, il rumore totale sarà la somma in quadratura :

$$N = \left[\sum_i \left(\overline{S_i^2} \right) \right]^{1/2}.$$

Il rumore che vediamo sulla 'lettura' è in genere la somma di diversi rumori, legati a varie parti del processo di rivelazione.

Per schematizzare, quando misuriamo un qualche fenomeno luminoso ci sono tre parti che interagiscono, ognuna con il suo rumore : la sorgente, il rivelatore (elemento sensibile), l'elettronica.

Riguardo agli ultimi due, chiariamo che in genere un rivelatore ha come parte 'centrale' un qualche elemento sensibile (trasduttore), che in genere fornisce un segnale elettrico (tensione o corrente), ma che poi questo segnale viene in qualche modo processato, con dell'elettronica, per renderlo 'disponibile', ad esempio su uno schermo, dopo magari un'amplificazione.

Dunque ognuna di queste parti ha un suo rumore.

Anche se le categorie sono tre, introduciamo qui una lista di nomi di rumori, che poi studieremo nel dettaglio :

- a) signal-photon noise
- b) background-photon noise
- c) response noise
- d) Johnson noise
- e) 1/f noise

(qua ci manca lo shot noise)

Cominciamo a dire qualcosa su ognuno :

- Signal photon noise

Si tratta del rumore associato alla sorgente.

Qua vediamo subito che sorge un problema, perché se anche esiste questo rumore 'a se stante' legato alla sorgente, se lo vogliamo misurare dobbiamo comunque usare un rivelatore! Dunque le cose sono intimamente connesse. Comunque

vedremo che ci sono dei modi per 'separare' in qualche modo questo rumore.

- Background photon noise

Questo rumore è sempre legato alla sorgente (prima categoria di rumore), ma questa volta non alla radiazione che vogliamo misurare, ma al fondo, cioè a radiazione spuria che arriva indesiderata nel rivelatore.

- Response noise

Questo rumore nasce dal meccanismo di trasduzione, cioè dal fenomeno di interazione tra la luce e l'elemento sensibile del rivelatore.

In genere questo meccanismo di interazione è di tipo quantistico, e dunque è *intrinsecamente rumoroso* (probabilità).

Siamo dunque nella seconda famiglia di rumore.

- shot noise, Johnson noise, 1/f noise

Questi rumori sono in fondo appartenenti a tutt'e tre le famiglie di rumore e sono legati al fatto che la carica elettrica è discreta.

• Metodi di riduzione del rumore

- primo metodo

Se abbiamo un segnale (soprattutto se è costante) e su questo segnale c'è del rumore, nasce l'esigenza di eliminare, o diminuire, il rumore.

Se sappiamo che il rumore è casuale, questo significa che la media del solo rumore è nulla. Dunque un primo metodo seppur banale è quello di calcolare la media del segnale rumoroso (soprattutto se è un segnale 'costante'), in modo tale che sulla media il rumore si annulla.

- secondo metodo

Vediamo un secondo metodo, un pò più sofisticato.

Per illustrare questo metodo consideriamo un esempio concreto.

Consideriamo di voler studiare un fascio di particelle mandandoci attraverso un fascio laser (magari perpendicolarmente).

Se facciamo in modo che la frequenza del laser sia risonante con una certa transizione degli elettroni degli atomi, una parte dei fotoni del fascio laser vengono assorbiti dagli atomi; poi gli atomi si diseccitano e riemettono il fotone.

Dunque gli atomi diventano sorgenti di fotoni (fluorescenza).

A questo punto, con delle lenti si 'prelevano' questi fotoni riemessi.

I fotoni vengono riemessi in tutte le direzioni, quindi se li preleviamo lungo una direzione non in linea con il fascio laser che emerge dal fascio di particelle possiamo

selezionare i soli fotoni di fluorescenza, separandoli dai fotoni che vengono direttamente dal laser.

Dopo averli opportunamente 'convogliati', rileviamo questi fotoni di fluorescenza, ad esempio con un fotomoltiplicatore (che rivela l'intensità luminosa).

Quello che succede è che sul segnale che rileviamo è presente del rumore.

Tra l'altro sappiamo che questo rumore è 'legato ai fotoni', perché se interrompiamo il fascio laser scompare il segnale ma scompare anche il rumore.

Si vede che in massima parte questo rumore è dovuto a fotoni 'spuri', che a causa di rimbalzi con ostacoli vari, entrano nel rivelatore pur non provenendo dall'emissione per fluorescenza.

Oltretutto questi fotoni spuri hanno la stessa frequenza dei fotoni di interesse, e dunque non possono essere selezionati in base alla frequenza.

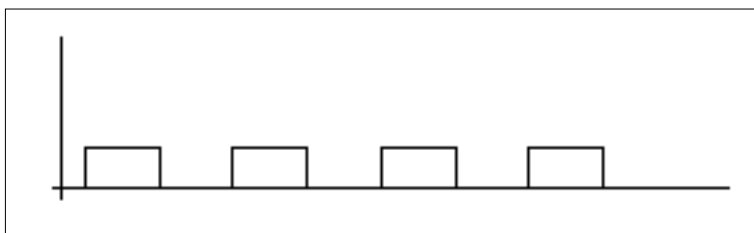
Infine, si ha che il fenomeno della fluorescenza è relativamente raro, e dunque il rumore dei fotoni spuri è preponderante rispetto al segnale che ci interessa, e lo copre completamente.

Una prima idea è di filtrare spazialmente i fotoni che ci interessano, con una o più fenditure. In questo modo si escludono i fotoni che provengono da direzioni diverse da quella 'giusta'.

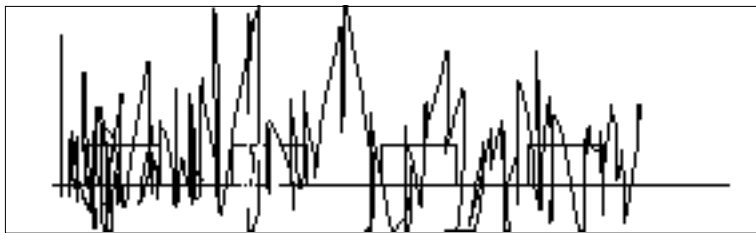
Questo accorgimento è basato sul separare i fotoni spuri in base alla caratteristiche che li dividono da quelli di interesse. Ma non è l'unica strada.

(commento mio : anziché 'separare' i fotoni di interesse dai fotoni spuri in base alla caratteristiche che li distinguono 'di per se', facciamo in modo da modificare i fotoni di interesse, attribuendogli 'apposta' un'altra caratteristica, che conosciamo, e tramite la quale possiamo poi distinguerli da quelli spuri).

Immaginiamo di 'affettare' il fascio di particelle (chopper) in modo da trasformarlo in un treno di pacchetti di particelle intervallati dal vuoto, che dunque interagiscono col laser con una certa frequenza :



questo segnale è comunque coperto dal rumore, che abbiamo detto essere più forte :



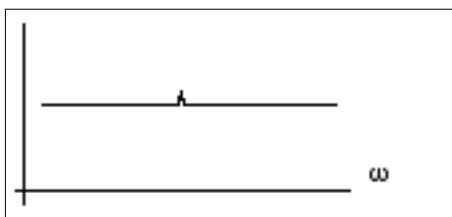
Ma noi conosciamo la frequenza con cui è modulato il segnale. Osserviamo che abbiamo modulato il fascio di particelle e non in fascio laser. In questo modo i fotoni 'spuri' non sono modulati, ma lo sono solo quelli di fluorescenza!

Possiamo dunque 'triare fuori' il segnale buono dal rumore usando un filtro in frequenza, cioè estraendo dal segnale totale solo la componente di Fourier che ha la stessa frequenza con la quale abbiamo modulato il fascio di particelle!

È anche vero che quando andiamo a filtrare la sola componente di Fourier con quella frequenza avremo il segnale di interesse, ma anche la componente di Fourier del rumore a quella frequenza.

Ma il rumore, se è 'rumore bianco', è uniformemente distribuito su tutte le frequenze.

Quindi, un'eventuale trasformata di Fourier del segnale rumoroso si presenta piatta, con lo stesso contributo su tutte le frequenze, tranne che sulla frequenza di modulazione del fascio, su cui c'è un piccolo picco : a quella frequenza, e solo a quella, al rumore si somma il 'segnale buono' :

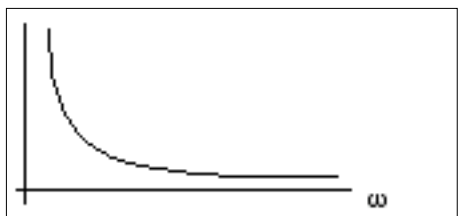


Nella pratica, anziché fare la trasformata di Fourier, è più pratico (economico) usare il 'filtro', ovvero un amplificatore passa banda, detto 'amplificatore lock-in'.

Commenti

Il rumore in realtà non è mai bianco.

In particolare si osserva che l'andamento del rumore con la frequenza è, per basse frequenze, del tipo $1/f$, e per alte frequenze si assesta su un plateau costante :



Alla luce di ciò la modulazione di cui abbiamo parlato conviene farla a frequenza molto alta.

Questa tecnica è molto diffusa, e si applica nei casi e nei modi più diversi. Alla base il concetto è di modulare 'qualcosa da cui dipende il segnale'. Notare che deve essere qualcosa da cui dipende il segnale 'buono' e non il rumore! Nel caso appena visto ad esempio sarebbe stupido modulare il fascio laser, perché questo modulerebbe allo stesso modo sia i fotoni di fluorescenza che i fotoni spuri.

Un'altro modo di applicare questa tecnica nell'esperimento descritto, anziché modulare il fascio di particelle, è quello di usare un campo magnetico, modulato, da applicare alle particelle. Se il campo magnetico è opportuno, sui livelli energetici degli elettroni negli atomi si ha l'effetto Zeeman, una separazione e dislocazione dei livelli.

In questo modo, se il laser era accordato in frequenza con la frequenza di una certa transizione, dislocando i livelli, quando si accende il campo magnetico non si ha più il fenomeno della fluorescenza. Dunque questo è un altro modo di modulare il segnale (solo quello buono).

(nota : lo spettro in frequenza che vediamo 'in trasformata' è lo spettro rispetto alle frequenze 'di rate' con cui i fotoni arrivano al rivelatore, e non le 'frequenze dei fotoni'.)

Possiamo definire questo tipo di rivelazione "rivelazione omodina".

- terzo metodo

Esiste un'altra possibilità, che è definita in inglese "Phase Sensitive Detection". si tratta in quest'altro caso di modulare il fascio laser.

Prima abbiamo detto che fare questo è poco furbo, perché così si modulano sia i fotoni di fluorescenza che i fotoni spuri, e quindi non li possiamo distinguere.

Tuttavia i fotoni di fluorescenza hanno la stessa frequenza di quelli spuri, e sono modulati allo stesso modo, ma a causa dell'assorbimento e riemissione hanno una fase diversa!

Si dimostra che la sfasatura $\Delta\phi$ che subiscono a causa dell'interazione con gli atomi vale

$$\Delta\phi = \frac{\omega}{\omega_0} \phi$$

dove ω è la frequenza a cui è modulata la radiazione incidente (ma siamo sicuri? non è la frequenza della radiazione?, io sono abbastanza convinto che sia la frequenza della radiazione). Invece τ è la *vita media del livello* (il transiente di tempo tra l'eccitazione del livello e la riemissione del fotone di fluorescenza (legato al τ il fattore che esprime le perdite. Il prof dice che è come un circuito RLC, in cui il τ ha il ruolo della capacità).

- quarto approccio

un quarto approccio per ridurre il rumore consiste, laddove è possibile, nel raccogliere due segnali, uno in cui si è certi che c'è la grandezza in interesse, mischiata al rumore, e un secondo segnale in cui si è certi che c'è solo il rumore (ad es. i fotoni spuri dell'esempio di prima). Per differenza si può risalire al segnale senza rumore.

• I tipi di rumore nel dettaglio

(in realtà questo argomento lo ha cominciato a trattare nella lezione 3, poi lo ha interrotto perché all'inizio della 4 ha trattato le tecniche di riduzione del rumore. Io per migliore fruibilità lo riporto qui, tutto insieme)

Riprendiamo adesso lo studio dei vari tipi di rumore.

Ricordiamo che lo schema della rivelazione della luce ha tre componenti : la sorgente luminosa, il rivelatore, l'elettronica per leggere e/o manipolare il segnale del rivelatore.

Seguendo questo schema abbiamo altrettante categorie di rumori :

- 1) signal photon noise (legato alle fluttuazioni (del numero) dei fotoni) e il background noise (legato al 'fondo' dell'ambiente in cui avviene il rilevamento)
- 2) response noise (legato al meccanismo di rivelazione, cioè alla risposta del trasduttore)
- 3) johnson, $1/f$ (legati all'elettronica, del rivelatore e degli apparati di manipolazione del segnale).

- signal photon noise

Questo rumore abbiamo detto che è legato alle fluttuazioni in intensità della radiazione incidente sul rivelatore.

Essenzialmente le cause della fluttuazione sono di due tipi : fluttuazioni 'tecniche' (effetti strumentali, rumore tecnico), dovute a problemi del dispositivo sorgente della radiazione (ad es., sbalzi di tensione nell'alimentazione di una lampadina), oppure fluttuazioni 'intrinseche' del meccanismo di 'produzione' della radiazione.

Il rumore tecnico, almeno in teoria, si può eliminare, o quantomeno si può ridurre molto.

Il rumore 'intrinseco' non si può eliminare; tutt'al più si può cercare di ridurre. Questo 'rumore intrinseco' è un argomento molto importante, trattato in dettaglio nel corso di ottica quantistica, e dunque in questo corso non verrà trattato in tutto il dettaglio.

Il rumore intrinseco è legato alla natura quantistica, 'essenzialmente statistica' dei fotoni.

Daremo quindi dei cenni del comportamento statistico dei fotoni.

Già in una descrizione classica della radiazione elettromagnetica, dove c'è un campo elettrico, si può pensare al fatto che questo campo fluttua, ed è noto a meno di un certo 'errore'.

C'è poi la formulazione quantistica, dovuta a Glauber (1963) e fatta in termini di fotoni e stati di Fock. In quegli anni ci fu un grande studio sulla statistica con cui vengono emessi i fotoni, da una sorgente classica o da una sorgente laser. Essendo il meccanismo di emissione dei fotoni molto diverso in una sorgente classica ed in una laser, è molto diversa anche la statistica con cui vengono fuori i fotoni.

In una sorgente classica (lampada) c'è equilibrio termodinamico; in una sorgente laser c'è una situazione del tutto fuori dall'equilibrio termodinamico.

(Bibliografia : Loudon "Quantum theory of light", Skully Zubairy, versione moderna del Loudon (ad es. sul Loudon non c'è tutta la storia della luce squeezed)).

(qui il prof accenna a che cosa è la luce squeezed).

* statistica dei fotoni incoerenti

Cominciamo con lo studiare la statistica della radiazione di corpo nero (lez3,1h37'28").

In generale possiamo studiare la statistica di un sistema in due modi : o si considerano tanti stati, ad istanti diversi, dello stesso sistema, oppure si considerano ad un dato istante tanti sistemi macroscopicamente identici. Per il *teorema ergodico* questi due approcci sono equivalenti.

Consideriamo dunque un certo numero di 'cavità di corpo nero' (campione statistico).

Consideriamo ora i vari modi elettromagnetici 'permessi' della cavità (automod) : vogliamo studiare la statistica della popolazione di fotoni di questi modi.

In altre parole, vogliamo trovare la distribuzione di fotoni nei modi, cioè la probabilità che in un dato modo ci sia un certo numero di fotoni.

In realtà per il momento limitiamo la richiesta al 'numero medio di fotoni' per ogni modo.

Cominciamo dall'espressione della densità di energia rispetto alla frequenza per la

cavità di corpo nero (Formola di Reylegh-Jeans) :

$$\rho(\nu) d\nu = \frac{8 \nu^2}{c^3} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \cdot h \nu d\nu$$

dove abbiamo separato tre fattori che hanno i seguenti significati nell'ordine :

a) $\frac{8 \nu^2}{c^3}$ -> densità dei modi elettromagnetici rispetto alla frequenza

b) $\frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$ -> numero medio di fotoni per modo

c) $h \nu$ -> energia del singolo fotone.

La domanda è : come si arriva a questa espressione del numero medio di fotoni per modo?

(qui finisce la lezione 3, e nella lezione 4 il prof comincia parlando del rumore in generale. Io continuo basandomi sulle copie dei lucidi)

Per arrivare al numero medio di fotoni si considera "la probabilità che il modo sia eccitato nello stato n-esimo" (cioè la probabilità che nel modo ci siano n fotoni). Questa probabilità si ottiene a partire dal principio di equipartizione :

$$P_n = \frac{e^{-\frac{E_n}{kT}}}{\sum_n e^{-\frac{E_n}{kT}}}$$

(mi sembra che sia la distribuzione di Boltzmann; è una posizione ? approfondire...)

Esplicitando i livelli di energia del fotone $E_n = n h \nu$ si ha :

$$P_n = \frac{e^{-\frac{nh\nu}{kT}}}{\sum_n e^{-\frac{nh\nu}{kT}}}$$

- rivelatori -

$$P_n = e^{-\frac{n h \nu}{K T}} \frac{1}{n!} e^{-\frac{h \nu}{K T}}$$

dove abbiamo utilizzato la formula per la somma della serie geometrica ([vedi](#)).

Se questa è la distribuzione di probabilità, possiamo facilmente calcolare il numero medio di fotoni :

$$\bar{n} = \sum_n n P_n = \sum_n n e^{-\frac{n h \nu}{K T}} \frac{1}{n!} e^{-\frac{h \nu}{K T}} = \frac{1}{e^{\frac{h \nu}{K T}} - 1}$$

CVD

Il *numero medio* di fotoni è il 'momento di ordine uno' dell'insieme statistico. Per avere informazioni sul rumore ci interessa il momento secondo :

$$\begin{aligned} \overline{(n)^2} &= \sum_n (n - \bar{n})^2 P_n \\ &= \sum_n (n^2 + \bar{n}^2 - 2n\bar{n}) P_n \\ &= \sum_n n^2 P_n + \bar{n}^2 \sum_n P_n - 2\bar{n} \sum_n n P_n \\ &= \overline{n^2} + \bar{n}^2 \cdot 1 - 2\bar{n} \bar{n} \end{aligned}$$

$$\overline{(n)^2} = \overline{n^2} - \bar{n}^2$$

d'altra parte si ha :

$$\overline{n^2} = \sum_n n^2 P_n$$

$$\overline{n^2} = \bar{n} + 2(\bar{n})^2 \quad (??) \text{ da dove cavolo esce fuori questa cosa?!?}$$

e dunque, sostituendo

$$\overline{(n)^2} = \bar{n} + 2\bar{n}^2 - \bar{n}^2$$

$$(\Delta n)^2 = \bar{n} + \bar{n}^2$$

in definitiva

$$\Delta n = \sqrt{\bar{n} + \bar{n}^2} \quad (\text{fluttuazione}).$$

Da questa relazione possiamo concludere che

$$\Delta n > \sqrt{\bar{n}}.$$

Quest'ultimo risultato ci dice che se in una 'cavità di corpo nero' isoliamo un singolo modo, in quel modo c'è un certo numero medio di fotoni, e le fluttuazioni attorno a questo numero medio sono grosse.

Grossa o piccola che sia, questa fluttuazione ci fa capire l'origine del rumore intrinseco dei fotoni.

* statistica dei fotoni laser

Studiamo adesso la statistica dei fotoni in una cavità laser.

La cavità laser è un sistema tutt'altro che in equilibrio termodinamico.

Un'altra differenza è che in genere in una cavità laser si riesce a far oscillare un singolo modo elettromagnetico, a differenza della cavità di corpo nero.

Si dimostra che per come sono prodotti, i fotoni laser seguono la statistica di Poisson (o sub-poissoniana) e non quella di Boltzmann.

Ricordiamo che la distribuzione di Poisson è :

$$P_n = \frac{\bar{n}^n}{n!} e^{-\bar{n}}$$

e che per questa distribuzione la deviazione standard del valor medio è :

$$\Delta n = \sqrt{\bar{n}}$$

Ricordiamo che per i fotoni incoerenti abbiamo trovato $\Delta n > \sqrt{\bar{n}}$, e dunque concludiamo che le fluttuazioni dei fotoni laser sono minori di quelli incoerenti.

- potenze

Apriamo qui una parentesi rispetto al rumore e facciamo ora una valutazione e comparazione del numero medio di fotoni in un modo di una cavità 'incoerente' e di una cavità laser.

Il numero medio di fotoni per modo, per una cavità 'di corpo nero' come abbiamo visto è una funzione della temperatura e della frequenza :

$$\bar{n} = \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

sviluppando :

$$e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1 = \frac{1}{\bar{n}}$$

$$e^{\frac{h\nu}{kT}} = 1 + \frac{1}{\bar{n}}$$

$$\frac{h\nu}{kT} = \ln\left[1 + \frac{1}{\bar{n}}\right]$$

$$T = \frac{h\nu}{k \left[\ln\left[1 + \frac{1}{\bar{n}}\right] \right]}$$

In figura mostriamo un piano con gli assi in scala logaritmica su cui riportiamo la temperatura e la frequenza rispettivamente; nel piano tracciamo le curve luogo dei punti (temperatura-frequenza) con eguale numero medio di fotoni :

figura pag 33

Concludiamo che a una temperatura ambiente ($T \approx 10^3 \text{ K}$) e con una lunghezza d'onda 'del visibile' ($\lambda = 500 \text{ nm}$) abbiamo per una sorgente classica un numero medio di fotoni di :

$$\bar{n}_p \approx 10^{18}$$

Invece, per un laser a He-Ne, con una potenza di $P_L = 1 \text{ mW}$ e una lunghezza d'onda di $\lambda = 6328 \text{ \AA}$ si ha un numero medio di fotoni, nel singolo modo che oscilla nella cavità, pari a

$$\bar{n}_p \approx 10^7$$

La differenza è notevole!

(aggiunta mia :)

Il signal photon noise è comunque un rumore che è proporzionale alla radice quadrata del numero medio di fotoni (questo è vero a rigore per la luce laser, per la luce 'classica' il rumore è più grosso).

Essendo il numero di fotoni legato alla potenza ottica incidente, possiamo concludere che il signal photon noise è proporzionale alla radice quadrata della potenza ottica incidente.

Riassumendo, la luce laser è :

più collimata

più monocromatica (dunque coerenza spaziale e temporale)

meno fluttuante (meno rumore) (in conseguenza di quanto appena visto)

i modi sono più popolati (lo abbiamo appena visto).

- background photon noise

Ne parleremo più in dettaglio quando tratteremo i diversi tipi di rivelatori

Un esempio : se arrivano dei raggi cosmici, questi possono provocare una scintillazione sul vetro, e dunque dei fotoni spuri.

- response noise

Abbiamo detto che è il rumore legato al meccanismo di rivelazione.

Dobbiamo dunque trattare separatamente i diversi tipi di rivelatori, basati su diversi meccanismi di trasduzione.

* rivelatori termici -> rumore dovuto a variazioni di temperatura non legate alla radiazione da rivelare

* rivelatori fotoconduttivi -> rumore dovuto a cariche prodotte da eccitazioni fononiche

* rivelatori fotoemissivi -> rumore dovuto a fotoelettroni prodotti per effetto termoionico (effetto Richardson)

Per chiarire, se prendiamo un fotomoltiplicatore (rivelatore fotoemissivo) e lo mettiamo al buio, leggiamo comunque un piccolo segnale. Non stiamo rivelando fotoelettroni, ma elettroni prodotto dall'agitazione termica (effetto termoionico).

- shot noise

Lo shot noise si ha in qualunque circuito elettrico, anche una semplice resistenza. È dovuto alla natura discontinua della carica elettrica. In altre parole anche gli elettroni sono oggetti quantistici, e dunque hanno la stessa 'rumorosità' dei fotoni.

La fluttuazione in corrente dovuta a questo tipo di rumore è, in media

$$\overline{I_{\text{shot}}} = \sqrt{2 e I \Delta f}$$

e dunque è proporzionale alla radice della corrente I e alla radice della 'banda passante' Δf, cioè l'intervallo di frequenze in cui è in grado di lavorare il circuito. Dunque per abbassare il rumore conviene avere piccole correnti, cioè piccoli segnali (rivelare pochi elettroni). Tuttavia anche avere un segnale piccolo è scomodo. Vedremo che quello che conta è il rapporto segnale-rumore.

Vediamo che questo rumore non dipende dalla frequenza, cioè è uniforme a tutte le frequenze : si tratta dunque di *rumore bianco*.

Proviamo a dare una stima quantitativa :

carica dell'elettrone = 1.6×10^{-19}
 corrente, prendiamo un milliampere
 prendiamo una banda di 1 Hz

$$\overline{I_{\text{Shot}}} = \sqrt{2 \cdot 10^{-19} \cdot 1.6 \cdot 10^{-3}} = 5 \cdot 10^{-11} = 50 \text{ pA}$$

- **Jonson noise** (o Johnson-Naquist Noise)

È dovuto ad una f.e.m. istantanea e fluttuante, causata dall'agitazione termica, che muove le cariche.

In un resistore con resistenza R, e a temperatura T, e con una banda passante di Δf la fluttuazione media in tensione dovuta a questo tipo di rumore è :

$$\overline{V_{\text{Joh}}} = \sqrt{4 K T R \Delta f}$$

mentre la fluttuazione in corrente è

$$\begin{aligned} \overline{I_{\text{Joh}}} &= \sqrt{\frac{4 K T R \Delta f}{R}} \\ &= \sqrt{4 K T \Delta f} \end{aligned}$$

e dunque possiamo vedere che anche in questo caso si tratta di rumore bianco, indipendente dalla frequenza.

Proviamo a dare una stima quantitativa :

supponiamo di lavorare a temperatura ambiente, dove KT vale 1/40 eV

$$1 \text{ eV} = 10^{-19} \text{ joule}$$

(trascuriamo il fattore 1.66)

consideriamo una resistenza di 10 ohm

$$\overline{I_{\text{Joh}}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 10^{-19}}{4 \cdot 10^{10}}} = 3 \cdot 10^{-9} \text{ A}$$

Vediamo che in queste condizioni il rumore Johnson è più grande dello shot noise. Osserviamo anche che la dipendenza dalla temperatura va come la radice di T , e dunque anche se in linea di principio è semplice l'idea di lavorare a basse temperature, si tratta di scendere molto, e non è sempre tecnicamente possibile.

Infine, diciamo che questi rumori riguardano 'l'elettronica', ma anche il rivelatore stesso, che comunque è un componente elettrico.

- Flicker noise

Ha origini ancora non del tutto comprese, comunque legate alla fluttuazione della corrente, causate da processi casuali di varia natura, che avvengono nel materiale che compone il rivelatore.

Questo tipo di rumore, dipendente dall'inverso della frequenza, è presente praticamente in tutti i tipi di segnali fisici.

Le fluttuazioni sono così rappresentabili :

$$\Delta I \propto I^2 \frac{\Delta f}{f^n}$$

dove n è un esponente variabile, a seconda del tipo di fenomeno, ma sempre vicino a 1 :

$$n = 0.9 \div 1.35.$$

Ricapitolando, a basse frequenze il rumore dominante è quello flicker, mentre ad alte frequenze questo praticamente sparisce, e il rumore diventa abbastanza costante in frequenza (bianco) ed è di tipo Johnson e shot.

- **Grandezze relative al rumore**

- **Rapporto segnale-rumore**

(lez 4, 1h 24' 20")

Quello che conta non è tanto la grandezza del rumore in sé, ma il rapporto segnale-

rumore.

In generale in un rivelatore il 'segnale' che esso produce è proporzionale alla potenza ottica incidente (sennò che rivelatore è ?).

Invece il rumore ha una dipendenza dalla potenza incidente che varia a seconda del tipo di rivelatore.

* Nei rivelatori **IR** (infrarosso), a differenza di altri tipi di rivelatori, il rumore non è dominato dalla fluttuazione dei fotoni (signal photon noise), ma dal rumore legato alla risposta (response noise). Dunque il rumore non dipende dalla potenza ottica incidente.

(aggiunta mia : i 'rivelatori ir' sono essenzialmente i rivelatori 'termici' (bolometri))

In questo caso, quando consideriamo il rapporto segnale/rumore, il numeratore è proporzionale alla potenza ottica incidente, il denominatore no, e dunque tutto il rapporto è proporzionale alla potenza :

$$\frac{S}{N} \propto P$$

* Per altri tipi di rivelatore può essere dominante il signal photon noise, oppure lo shot noise, che abbiamo visto essere proporzionali alla radice della corrente (il signal photon noise è maggiore o uguale alla radice del numero medio di fotoni, che è proporzionale alla potenza ottica).

Ma la corrente a sua volta è proporzionale alla potenza ottica.

Per questi rivelatori il rapporto segnale/rumore ha al numeratore una grandezza proporzionale alla potenza ottica incidente, e al denominatore una grandezza proporzionale alla radice della potenza ottica incidente.

Dunque il rapporto segnale/rumore va come la radice della potenza ottica incidente :

$$\frac{S}{N} \propto \sqrt{P}.$$

Questo ci dice due cose : per migliorare il rapporto segnale rumore dobbiamo salire con la potenza ottica incidente, ma nel primo caso l'andamento è più rapido (situazione più favorevole). Altra cosa, se non sappiamo quali sono i tipi di rumore dominanti in un esperimento, l'andamento del rapporto segnale/rumore con la potenza ci può dare un indizio.

- NEP (Noise Equivalent Power)

Questo è un parametro molto importante per caratterizzare un rivelatore. Per definizione il **NEP** è il rapporto tra il rumore e la sensibilità :

$$\text{NEP} \equiv \frac{N}{R}$$

Ricordiamo che a sua volta la sensibilità è definita come il rapporto tra il segnale in uscita e la potenza ottica in ingresso (funzione di trasferimento del trasduttore), e dunque :

$$\text{NEP} = N \cdot \frac{P}{S} = \frac{P}{S/N}$$

Il NEP è dunque il rapporto tra la potenza ottica incidente e il rapporto segnale/rumore.

Questo ci permette di dare il corretto significato fisico al NEP : si tratta della potenza ottica incidente (equivalente) tale che il rapporto segnale/rumore è pari a 1.

Abbiamo infatti visto che il rapporto segnale rumore è in generale proporzionale alla potenza incidente, o alla sua radice quadrata.

Il rapporto segnale/rumore pari a 1 è la situazione peggiore possibile.

Dunque il NEP rappresenta la potenza minima al di sotto della quale il rumore copre completamente il segnale.

In realtà nel NEP si tiene conto anche della banda passante, cioè quello appena introdotto è il NEP nel caso particolare di banda passante pari a 1 Hz, mentre la definizione generale è

$$\text{NEP} = \frac{P}{S/N} \frac{1}{\sqrt{\Delta f}}$$

L'unità di misura del NEP è

$$[\text{NEP}] = \frac{[\text{watt}]}{[\sqrt{\text{Hz}}]}$$

A volte anziché il NEP viene fornito il suo inverso, che prende il nome di detectivity.

- **Rivelatori termici**

Innanzitutto diamo un 'elenco' :

Rivelatori termici				
	bolometri	metallici		
		semiconduttore		
		superconduttore		
	termocoppie			
celle di Golay				
rivelatori piro-elettrici				

I rivelatori termici si basano sull'assorbimento della radiazione elettromagnetica incidente, e sul conseguente innalzamento della temperatura. Questo riscaldamento viene poi misurato indirettamente tramite una grandezza ad esso legata, il più delle volte la resistenza elettrica.

Uno dei grandi vantaggi dei rivelatori termici è che la loro risposta spettrale, ossia la sensibilità in funzione della frequenza, è pressoché costante. Questo ci permette di utilizzarli come 'rivelatori assoluti' per la potenza. In altre parole se rileviamo due radiazioni, a due frequenze diverse, quello che leggiamo è la potenza 'direttamente', senza dover tenere conto della diversa risposta dello strumento a diverse frequenze.

Un altro pregio è che in certe regioni dello spettro, come ad esempio l'infrarosso ($\lambda = 30 \div 50 \mu\text{m}$) sono sostanzialmente gli unici rivelatori disponibili.

- Bolometri

Abbiamo detto che un bolometro è un oggetto che assorbe la radiazione, si riscalda, e varia la sua resistenza elettrica.

Per misurare con grande sensibilità la resistenza, inseriamo il bolometro in un ponte di Weathstone :

figura pag 41, senza secondo bolometro

Il ponte è bilanciato (corrente nel ramo centrale nulla) quando

$$R_1 R_x = R_2 R_y$$

Uno dei problemi di un bolometro è che ci possono essere delle variazioni di temperatura 'ambientali', non dovute alla radiazione incidente (response noise, [vedi](#)).

Un modo per ovviare a questo è quello di mettere su un altro ramo del ponte di Weatstone un altro bolometro identico al primo, ma schermato rispetto alla radiazione :

figura pag 41

In questo modo un'eventuale variazione di temperatura non dovuta alla radiazione è registrata da entrambi allo stesso modo, e non sbilancia il ponte (misura differenziale).

Per un bolometro è molto importante la termodinamica.

Siano :

C la capacità termica

α la conducibilità termica

dove dunque la capacità termica è il coefficiente di proporzionalità tra variazione di temperatura e corrispondente variazione di calore dovuti all'assorbimento di radiazione (*fluttuazione?*), mentre la conducibilità termica è il coefficiente di proporzionalità tra differenza di temperatura con l'ambiente e calore scambiato con l'ambiente per conduzione e per irraggiamento (*dissipazione*).

La conducibilità è importante perché il bolometro oltre ad assorbire calore dalla radiazione che vi incide, scambia comunque calore anche con l'esterno, sia tramite il contatto (supporti, etc) sia per irraggiamento.

Valutiamo la sensibilità.

Sia P la potenza ottica incidente sul bolometro.

Sia α un parametro che esprime quanta parte della potenza incidente viene assorbita e quanta viene riflessa, nel senso che αP è la potenza assorbita e $(1-\alpha)P$ è la potenza riflessa.

Ciò posto, scriviamo l'equazione del calore (conservazione dell'energia termica, vero?) :

$$\alpha P = C \frac{dT}{dt} + \alpha(T - T_0) \text{ (equaz. del calore senza corrente)}$$

dove $T=T(t)$ è la temperatura corrente e T_0 è la temperatura iniziale (quella magari di una sorgente termica con cui è in contatto il bolometro).

Partendo dalla temperatura iniziale, supponiamo che comincia ad incidere la radiazione, con potenza costante.

Dopo un certo transiente si bilancia la potenza in ingresso con le dissipazioni, e il sistema raggiunge una temperatura di equilibrio.

Per trovare la temperatura di equilibrio imponiamo che la derivata della temperatura rispetto al tempo sia nulla (nell'ipotesi che la potenza incidente sia costante) :

$$\Delta P = C \dot{\theta} + \Delta(T - T_0)$$

$$\Delta P = \Delta(T - T_0)$$

$$T - T_0 = \frac{\Delta P}{\alpha}$$

$$T_{\text{eq}} = \frac{\Delta P}{\alpha} + T_0 \quad (\text{condizione di equilibrio senza corrente}).$$

Ciò posto, possiamo esprimere la sensibilità (risposta). Per il momento diciamo che il “segnale in uscita” del rivelatore è la differenza di temperatura, e dunque la sensibilità, in quanto rapporto tra segnale in uscita e potenza incidente è:

$$R = \frac{\Delta T}{P} = \frac{\alpha}{C}$$

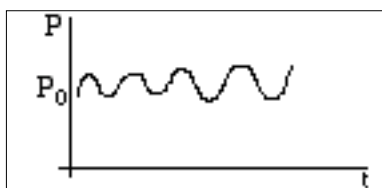
Questa espressione è provvisoria, perché in realtà quello che andiamo a misurare è una qualche grandezza elettrica legata alla differenza di temperatura.

Comunque per il momento questo ci serve per concludere che la sensibilità è direttamente proporzionale all’ ‘efficienza di assorbimento’ α , e inversamente proporzionale alla conducibilità termica C , mentre è essenzialmente indipendente dalla capacità termica C .

Questo è logico perché da una parte, più è capace di assorbire tutta la radiazione, più il bolometro è efficiente, mentre viceversa, più scambia con l’esterno il calore assorbito, meno sarà apprezzabile la variazione di temperatura.

Tuttavia la conducibilità piccola (bolometro ben isolato termicamente), va a vantaggio della sensibilità, ma va a svantaggio della prontezza.

Per studiare la prontezza del bolometro supponiamo che la potenza ottica incidente non sia costante ma sia modulata sinusoidalmente con una certa frequenza, attorno ad una potenza media P_0 :



$$P(t) = P_0 + P_0 a \cos \omega t$$

Se sostituiamo questa potenza modulata nell’equazione del calore abbiamo :

$$\square P_0 (1 + a \cos \square t) = C \frac{dT}{dt} + \square (T - T_0)$$

$$\square P_0 + \square P_0 a \cos \square t = C \frac{dT(t)}{dt} + \square T(t) - \square T_0$$

$$C \frac{dT(t)}{dt} + \square T(t) = \square T_0 + \square P_0 + \square P_0 a \cos \square t$$

affrontiamo prima l'omogenea associata :

$$C \frac{dT(t)}{dt} + \square T(t) = 0$$

l'eq. alg. ass. è

$$C y' = -\square y$$

$$y = \frac{\square}{C}$$

da cui, la soluzione dell'omogenea è

$$T(t) = A e^{\frac{\square}{C}t} + B e^{-\frac{\square}{C}t}$$

[...] conti [...]

$$T_{\square}(t) = T_0 + \frac{\square P_0 a \cos(\square t + \varphi)}{\sqrt{\square^2 + \square^2 C^2}}$$

Osservazione : formalmente questo problema è uguale all'equazione per un circuito in cui c'è una capacità in serie con una resistenza R_1 (resistenza del circuito di carica) e in parallelo con una resistenza R_2 (resistenza su cui si scarica).

In questa analogia la capacità equivale alla capacità termica, la corrente di carica equivale alla potenza ottica incidente, la conducibilità termica \square equivale all'inverso della resistenza di scarica R_2 . Il tempo caratteristico del circuito è dato da

$\tau = R_2 C$ che equivale al rapporto tra la capacità termica C e il coefficiente di conducibilità \square .

Un conto analogo si può fare con la potenza che varia come un gradino, anziché

oscillare sinusoidalmente. In tal caso l'equivalente è il problema del moto in un mezzo viscoso (c'è più un termine di dissipazione, rappresentato dalla conducibilità). C'è dunque una temperatura limite alla quale il sistema tende esponenzialmente, e anche questa volta il tempo caratteristico è $\tau = C/\lambda$.

In conclusione vediamo che per avere una buona prontezza (tempo caratteristico) è opportuno avere una elevata conducibilità λ , laddove abbiamo visto che per la sensibilità è invece opportuna una conducibilità piccola.

Di volta in volta si sceglierà il compromesso migliore.

- sensibilità 'vera' del bolometro

Prima abbiamo dato una definizione provvisoria di sensibilità del bolometro, considerando come 'segnale' la variazione di temperatura.

Infatti per ora abbiamo definito la sensibilità come il rapporto tra la differenza di temperatura e la potenza incidente, considerando come 'segnale in uscita' la differenza in temperatura.

In realtà, come abbiamo accennato, il bolometro è messo in un circuito, e quello che si misura è la variazione della sua resistenza elettrica.

Adesso ci vogliamo dunque occupare più da vicino della grandezza fisica che effettivamente costituisce il segnale d'uscita del bolometro.

In genere il tipo di circuito in cui viene messo il bolometro è il seguente :

figura a pag 45

Per semplificare le cose, supponiamo che la resistenza del bolometro R_B sia molto minore della resistenza di carico R_L , in modo che anche se, per il suo funzionamento stesso, la resistenza del bolometro varia, la corrente che circola nel circuito si può considerare pressoché costante.

Scriviamo l'equazione di bilancio termodinamico dell' "oggetto bolometro" nel caso di assenza di radiazione :

$$C \frac{dT}{dt} = \lambda (T - T_0) + i^2 R_B$$

dove la variazione di calore è uguagliata ad un termine di 'dissipazione' (conduzione verso l'esterno) e un termine di calore fornito al sistema dall'effetto Joule.

Dopo un transiente il bolometro si porta ad un valore di equilibrio, che al solito si calcola ponendo a zero la derivata (temperatura costante) :

$$\square(T_{\text{eq}} - T_0) = i^2 R_B$$

$$T_{\text{eq}} = T_0 + \frac{i^2 R_B}{\square}$$

oppure

$$T_B = T_0 + \frac{i^2 R_B}{\square}$$

dove **B** sta per bolometro (raggiunto l'equilibrio questa rappresenta la temperatura del bolometro).

Questo conto lo abbiamo fatto per trovare la temperatura di equilibrio in assenza di radiazione (ma con corrente).

Consideriamo adesso il bilancio termodinamico nel caso in cui sia presente della radiazione che incide sul bolometro.

In tal caso la temperatura del bolometro si incrementa ulteriormente, rispetto a quella di equilibrio appena vista, di una certa variazione $\square T$.

Nell'equazione compaiono due termini in più.

Il primo termine in più è la potenza trasportata dalla radiazione e assorbita dal bolometro, che chiameremo P_A .

Abbiamo poi detto che la radiazione modifica la temperatura del bolometro, e dunque la sua resistenza. Se anche abbiamo deciso di trascurare la variazione di corrente che ne consegue, c'è una variazione della potenza dissipata per effetto joule, che dobbiamo inserire nell'equazione di bilancio termico. Per comodità futura esprimiamo questa (variazione di) potenza come prodotto della tensione per la corrente : $\square(V_B i)$ (e non come prodotto $R i^2$).

Dunque in definitiva :

$$C \frac{dT}{dt} + \square(T - T_0) = i^2 R_B + P_A + \square(V_B i).$$

Consideriamo ora il secondo termine al primo membro, che è il termine di 'dissipazione' cioè di scambio (cessione) di calore con l'esterno per conduzione o irraggiamento : questo termine dipende dalla variazione di temperatura, cioè dalla differenza tra la temperatura istantanea e la temperatura all'istante iniziale. La presenza di radiazione incidente provocherà un incremento di temperatura $\square T$. Facciamo l'ipotesi che l'incremento di temperatura $\square T$ dovuto alla radiazione sia

piccolo, e che dunque la temperatura del bolometro sottoposto alla radiazione sia circa uguale alla temperatura di equilibrio del caso senza radiazione che abbiamo trovato prima più questo incremento di temperatura ΔT :

$$T = T_{eq} + \Delta T = T_0 + i^2 \frac{R_B}{\sigma} + \Delta T$$

da cui si ha :

$$\begin{aligned} \sigma (T - T_0) &= \sigma (T_{eq} + \Delta T - T_0) \\ &= \sigma T_{eq} + \sigma \Delta T - \sigma T_0 \end{aligned}$$

e, esplicitando T_{eq}

$$\begin{aligned} &= \sigma T_0 + i^2 \frac{R_B}{\sigma} + \sigma \Delta T - \sigma T_0 \\ &= \sigma T_0 + i^2 R_B + \sigma \Delta T - \sigma T_0 \end{aligned}$$

$$\sigma (T - T_0) = \sigma \Delta T + i^2 R_B.$$

Andando a sostituire nell'equazione :

$$C \frac{dT}{dt} + \sigma \Delta T + i^2 R_B = i^2 R_B + P_A + \sigma (V_B i)$$

$$C \frac{dT}{dt} + \sigma \Delta T = P_A + \sigma (V_B i)$$

dunque 'si semplifica' il termine di effetto Joule.

A questo punto il prof fa un passaggio che non capisco! (deve essere qualcosa che ha a che fare con l'ipotesi che ΔT è piccolo, perché sembra trattarlo come un differenziale...):

$$C \frac{d\Delta T}{dt} + \sigma \Delta T = P_A + \sigma (V_B i) \frac{\Delta T}{\Delta T}$$

$$C \frac{d\Delta T}{dt} + \sigma \Delta T = P_A + \frac{d(V_B i)}{dT} \Delta T$$

e, posto

$$\sigma_E \equiv \sigma \sigma \frac{d(V_B i)}{dT} \quad (\text{conducibilità equivalente})$$

possiamo raccogliere tutto in una conducibilità equivalente :

$$C \frac{d\sigma T}{dt} + \sigma_E \sigma T = P_A.$$

Manipoliamo ora un altro po' la conducibilità equivalente σ_E che abbiamo introdotto. Nell'ipotesi che la corrente sia costante (resistenza del bolometro trascurabile rispetto alla resistenza di carico) si ha :

$$\sigma_E = \sigma \sigma i \frac{dV_B}{dT}$$

ma $V_B = R_B i$ e quindi

$$\sigma_E = \sigma \sigma i^2 \frac{dR_B}{dT}$$

moltiplicando e dividendo per R_B

$$\sigma_E = \sigma \sigma i^2 \frac{R_B}{R_B} \frac{dR_B}{dT}$$

$$\sigma_E = \sigma \sigma i^2 R_B \frac{dR_B}{dT} \frac{1}{R_B}$$

ma ricordiamo che all'equilibrio, nel caso senza radiazione (ma con corrente) si ha

$$\sigma (T_{eq} - T_0) = i^2 R_B$$

(il termine di dissipazione uguaglia il termine di 'potenza joule') sostituendo si ha :

$$\sigma_E = \sigma \sigma \sigma (T_B - T_0) \frac{dR_B}{dT} \frac{1}{R_B}$$

$$\sigma_E = \sigma \sigma \sigma (T_B - T_0) \sigma$$

dove abbiamo posto

$$\alpha \equiv \frac{d R_B}{dT} \frac{1}{R_B}$$

In definitiva, sostituendo nell'equazione del calore :

$$C \frac{d \Delta T}{dt} + [\alpha \Delta T (T_B - T_0) \Delta T] \Delta T = P_A$$

$$C \frac{d \Delta T}{dt} + \alpha_E \Delta T = P_A.$$

Il parametro α che abbiamo introdotto è il parametro più importante del bolometro. Infatti esprime la 'derivata della resistenza rispetto alla temperatura' (cioè la risposta, non direttamente alla potenza, ma alla variazione di temperatura) in rapporto alla resistenza stessa, cioè in forma relativa.

Possiamo in un certo senso dire che si tratta della variazione percentuale della resistenza elettrica del bolometro, rispetto alla variazione di temperatura.

A questo punto, con l'equazione del calore che abbiamo ottenuto, possiamo ricavare la temperatura di equilibrio in presenza della radiazione. Per definizione all'equilibrio la derivata rispetto al tempo è nulla, e dunque

$$C \cdot 0 + \alpha_E \Delta T = P_A$$

$$\Delta T = \frac{P_A}{\alpha_E}$$

Questo risultato è praticamente identico a quello ottenuto nel caso senza radiazione ([vedi](#)), salvo mettere al posto della conducibilità α questa conducibilità equivalente α_E , la quale a sua volta contiene l'importante parametro α .

Siamo adesso pronti per calcolare la sensibilità 'vera e propria' del bolometro.

Per definizione la sensibilità (o risposta) è il rapporto tra (la variazione de) il segnale a valle del rivelatore fratto (la variazione de) la potenza ottica in arrivo sullo stesso :

$$R = \frac{\Delta S}{\Delta P}$$

il 'segnale' è la variazione di tensione ai capi del bolometro, mentre la potenza l'abbiamo chiamata P_A :

$$R = \frac{\Delta V_B}{P_A}$$

$$R = \frac{\Delta(R_B i)}{P_A}$$

ora usiamo il fatto che la corrente è costante e la tiriamo fuori dal 'differenziale'; poi moltiplichiamo e dividiamo per il differenziale della temperatura, e lo confondiamo con il ΔT (in realtà facciamo varie 'confusioni' di differenziali) :

$$R = \frac{i}{P_A} \frac{d R_B}{dT} \Delta T$$

Se ora usiamo la definizione del parametro $\alpha \equiv \frac{d R_B}{dT} \frac{1}{R_B}$ e l'espressione della

temperatura di equilibrio $\Delta T = \frac{P_A}{\alpha_E}$ si ha :

$$R = \frac{i}{P_A} \alpha R_B \frac{P_A}{\alpha_E}$$

$$R = i \frac{R_B \alpha}{\alpha_E} \quad (\text{sensibilità del bolometro})$$

Dunque riassumendo la sensibilità è :

direttamente proporzionale ad $\alpha \equiv \frac{d R_B}{dT} \frac{1}{R_B}$

inversamente proporzionale alla conducibilità equivalente α_E

direttamente proporzionale alla resistenza del bolometro stesso

direttamente proporzionale alla corrente.

Ma anche se la corrente e la resistenza del bolometro sono 'parametri arbitrari', ci sono dei limiti : la corrente deve essere stabilizzata (per evitare rumore) e più è alta più è difficile stabilizzarla.

Inoltre ricordiamo che lo **shot noise** è proporzionale alla corrente.

Allo stesso modo la resistenza del bolometro non può essere grande quanto si vuole

perché deve essere molto minore della resistenza di carico R_L affinché la corrente sia appunto stabilizzata e costante.

Inoltre ricordiamo che il **Johnson noise** è proporzionale alla (radice della) resistenza del rivelatore.

- Realizzazione concreta di bolometri

* bolometri metallici

Come sono costruiti effettivamente i bolometri?

Un primo modo, molto semplice, è quello di usare un pezzetto di metallo.

Per il metallo la resistenza è proporzionale alla temperatura (agitazione termica \square 'viscosità') con un certo coefficiente :

$$R = a T$$

in generale per i metalli questo coefficiente è prossimo all'unità.

Allora possiamo avere un'idea di quanto può valere il parametro $\square \equiv \frac{dR_B}{dT} \frac{1}{R_B}$, in quanto se $R(T) = a T$ e $a \approx 1$ si ha

$$\square \equiv \frac{dR_B}{dT} \frac{1}{R_B}$$

$$\square = a \frac{1}{a T}$$

$$\square = \frac{1}{T}$$

Allora, per dare un'ordine di grandezza, a temperatura ambiente, dove $T \approx 300 \text{ K}$ si ha $\square \approx 4 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$.

((?) ma io non ho capito perché non è semplicemente l'inverso della temperatura...)

Vediamo i materiali : si usano dei metalli buoni conduttori, come l'oro o il platino, opportunamente 'anneriti' per assorbire meglio la radiazione.

Abbiamo visto che la prontezza è inversamente proporzionale alla capacità termica, e dunque occorre che il bolometro sia fatto da un piccolo pezzo di metallo. Spesso si tratta di sottili strati, addirittura a volte ottenuti con tecniche di deposizione di vapori metallici.

Dimensioni tipo : 7 mm x 0.3 mm x 1 μm. Con queste dimensioni si hanno i seguenti valori :

$$R_B = 40 \Omega \quad (\text{resistenza})$$

$$\tau = 16 \text{ ms} \quad (\text{tempo caratteristico (prontezza)})$$

$$R = 4 \text{ V/W} \quad (\text{sensibilità})$$

(notare che per radiazioni ‘tipiche’ che hanno potenze dell’ordine del nanowatt bisogna riuscire ad apprezzare il nanovolt, che diventa confrontabile con i rumori Shott e Johnson)

$$NEP = 10^{-9} \text{ W} \quad (\text{noise equivalent power})$$

$$D^* \equiv \frac{\sqrt{A} \sqrt{\Delta f}}{NEP} = 1.5 \times 10^8 \text{ cm Hz}^{1/2} / \text{W}$$

(detectivity ‘star’, che tiene conto anche della superficie del rivelatore e della banda passante)

- bolometri a semiconduttore

Fin qui abbiamo trattato i bolometri metallici.

Per i bolometri a semiconduttore la dipendenza della resistenza dalla temperatura è diversa. Infatti all’aumentare della temperatura in un semiconduttore aumenta la quantità di portatori di carica minoritari che passa in banda di conduzione. Dunque per un semiconduttore all’aumentare della temperatura la resistenza diminuisce, al contrario che per i metalli.

Quantitativamente la dipendenza della resistenza dalla temperatura per un semiconduttore è :

$$R(T) = R_0 e^{B/T} \quad (\text{resistenza})$$

dove B è un parametro il cui valore tipico è $B \approx 3600 \text{ K}$.

Nota la resistenza in funzione della temperatura possiamo calcolare l’α del bolometro a semiconduttore :

$$\alpha \equiv \frac{1}{R} \frac{dR}{dT} = \frac{1}{R_0 e^{B/T}} R_0 e^{B/T} \left[\frac{B}{T^2} \right]$$

$$\alpha = \alpha \frac{B}{T^2}$$

Dunque, se andiamo a calcolare l'ordine di grandezza di α per un bolometro a semiconduttore, per una temperatura di $T \approx 300 \text{ K}$ si ha

$$\alpha \approx 4 \times 10^{12} \text{ K}^{-1}$$

che dunque è un ordine di grandezza in meno rispetto ai bolometri metallici.

I materiali che si utilizzano sono silicio, germanio, ossidi di nickel, di manganese, di cobalto.

La resistenza elettrica di un bolometro a semiconduttore è dell'ordine del $M\Omega$, e questo fornisce un ordine di grandezza per la sensibilità di :

$$R \approx 10^3 \text{ V/W.}$$

Per un semiconduttore la caratteristica voltamperometrica non è lineare (un semiconduttore non è un conduttore ohmico), dunque per un bolometro a semiconduttore bisogna fissare un 'punto di lavoro', cioè fissare la tensione e dunque la corrente di lavoro, cioè il punto (di lavoro) sulla curva tensione-corrente.

- bolometri a superconduttore

Il materiale ideale per creare un bolometro è dopo tutto un altro : il superconduttore.

Un superconduttore è per definizione un materiale che al di sotto di una certa temperatura critica presenta una resistenza del tutto nulla.

Ma la cosa più utile non è tanto il fatto che la resistenza va a zero, ma il fatto che questo avviene con il tipico andamento di una transizione di fase, e cioè con un andamento ripidissimo.

Se allora facciamo lavorare il bolometro a superconduttore proprio attorno alla temperatura critica a cui avviene la transizione di fase, avremo una grandissima sensibilità. Infatti (vedi figura) in corrispondenza della temperatura critica ad una piccola variazione di temperatura corrisponde una grande variazione della resistenza.

(sui lucidi ci sono dei conti, che il prof 'salta', dando solo i valori tipici dei vari parametri, che seguono)

Diamo qualche cifra.

Per un materiale superconduttore 'classico', (non quelli 'ad alta T_c) come ad esempio il NbN (nitruro di niobio) la temperatura critica è $T_c = 14.3 \text{ K}$ (idrogeno liquido). Per questo materiale il coefficiente α è pari a 50 K^{-1} , che paragonato ai $\alpha \approx 4 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ di un bolometro metallico e $\alpha \approx 4 \times 10^{12} \text{ K}^{-1}$ ci dice che

guadagnamo dai tre ai quattro ordini di grandezza.

Quadro riassuntivo dei bolometri :

tipo	sensibilità (V/W)	tempo di risposta (s)
metallo	1	10 ⁻²
semiconduttore	10 ³	10 ⁻³
superconduttore	10 ⁴	10 ⁻⁴

Vediamo che un bolometro nel migliore dei casi ha una prontezza dell'ordine delle centinaia di microsecondi, e quindi un bolometro è un rivelatore abbastanza 'lento'.

- accorgimenti per aumentare la sensibilità

Facciamo adesso delle considerazioni 'generali' sulla sensibilità dei bolometri e sui 'limiti ultimi' a cui si può spingere.

Abbiamo visto prima che la sensibilità è inversamente proporzionale alla conducibilità σ (o alla conducibilità equivalente σ_E) e dunque potremmo pensare di rendere piccola a piacere la conducibilità per massimizzare la sensibilità. Ma questo non è possibile, perché quanto meno il bolometro conduce calore per irraggiamento.

Per valutare quanto calore cede il bolometro per irraggiamento usiamo la legge di Stefan-Boltzmann :

$$\dot{Q} = 4 A \sigma T^3 \Delta T$$

che esprime il flusso di calore che irraggia un oggetto di superficie A , a temperatura T e che si trova in un ambiente con temperatura che differisce dalla sua di una quantità ΔT (σ è l'emissività).

Questo è il flusso di calore che il bolometro emette 'se è perfettamente isolato' dal punto di vista della conduzione. Dunque possiamo considerarla come una 'conducibilità minima' del bolometro, e quindi un limite massimo per la sensibilità.

Se consideriamo la 'temperatura ambiente' e mettiamo questo flusso di calore al posto della conducibilità nell'espressione della sensibilità avremmo, facendo i conti una sensibilità comunque molto bassa (il prof dice 10⁻¹⁰ Watt, ma non mi torna che la sensibilità si misuri in watt...).

Dunque per migliorare le cose dobbiamo immaginare di metterci ad una temperatura più bassa della temperatura ambiente per avere delle sensibilità accettabili. Tra l'altro osserviamo che l'andamento di questo 'flusso di calore/conducibilità' è con il cubo della temperatura, quindi scende molto rapidamente.

Inoltre questo fatto ci dà un motivo in più per preferire i superconduttori, che già per fatti loro lavorano a basse temperature.

A questo punto il prof fornisce dei dettagli costruttivi su come si realizza un bolometro, essenzialmente commentando una figura che prima o poi scannerizzerò e inserirò qui (vedi figura a pag 53).

I fatti salienti sono il criostato che viene attaccato al bolometro per tenerlo a bassa temperatura (soprattutto se è a superconduttore) e il fatto che il bolometro è una strisciolina con una superficie molto piccola. Poi c'è una 'campana' che scherma l'elemento sensibile. Infine c'è un 'riscaldatore', che (forse) serve per controllare la temperatura (ma forse serve solo per riscaldarlo prima di tirarlo fuori, per evitare shock termici).

In definitiva un bolometro è 'candidato ideale' per rivelare radiazione elettromagnetica nell'infrarosso, fino al far infrared.

Ma un altro uso che ultimamente si sta diffondendo è quello di rivelatore di fasci di particelle.

Nell'ambito della spettroscopia molecolare (in fasci), soprattutto 'spettroscopia rotazionale' (cioè lo studio dei livelli rotazionali delle molecole) si mandano sulle molecole dei fotoni tipo microonde o lontano infrarosso. A questo punto uno potrebbe osservare i fotoni che vengono assorbiti eccitando un livello rotazionale e poi riemessi. In realtà questo fenomeno di assorbimento e riemissione è troppo raro, e questi fotoni riemessi sono troppo pochi.

D'altra parte è difficile rivelare questo fenomeno anche 'in assorbimento', mettendo un rivelatore 'dall'altra parte del fascio', per rivelare il fascio di fotoni 'dopo l'interazione col fascio molecolare', studiando la variazione di fotoni. Il fatto è che questi fasci molecolari hanno una densità in genere molto bassa.

L'assorbimento in genere è descritto da una legge tipo :

$$I = I_0 e^{-\mu L}$$

dove I_0 è l'intensità della radiazione all'ingresso del campione, I è l'intensità all'uscita, L è lo spessore del campione attraversato dalla radiazione, e μ è un coefficiente di assorbimento che è dato da $\mu = \sigma N$, dove σ è la sezione d'urto del singolo processo (probabilità di interazione tra fotone e molecola) e N è il numero di particelle che partecipano al processo di assorbimento.

Se come succede nei fasci N è molto piccolo, lo è anche μ , e dunque l'intensità in uscita è circa uguale a quella in ingresso, e dunque è molto difficile rivelare l'assorbimento.

Allora l'idea è di utilizzare il bolometro per rivelare direttamente il fascio molecolare.

Quello che si fa è irraggiare comunque il fascio, prima che arrivi sul bolometro. Se il fascio non fosse irraggiato, comunque avrebbe 'di per se' una certa energia cinetica, $\frac{1}{2} m v^2$, che però è molto piccola. Impattando sul bolometro questa

energia cinetica scalda il bolometro e dunque è possibile rivelarla.

Quando invece il fascio viene irraggiato con la radiazione, l'energia della radiazione 'eccita i livelli di energia interna' delle molecole.

Ora, la vita media di un livello eccitato è inversamente proporzionale alla sua energia (o meglio alla differenza in energia rispetto al livello da cui proviene). Le transizioni tra livelli elettronici hanno vite medie dell'ordine di decine di nanosecondi. Ad esempio, la transizione 3s-3p del sodio, responsabile del famoso 'doppietto', ha una vita media di 16 ns e si tratta di una transizione 'elettronica'. Una transizione tra due livelli rotazionali è associata ad una differenza di energia molto più piccola, e dunque la loro vita media è più grande.

Per dimostrare questa cosa si può utilizzare il seguente argomento visto a struttura.

La vita media di un livello è l'inverso del coefficiente di Einstein. Ma il coefficiente di Einstein dipende dalla 'frequenza di Bohr' della transizione come il cubo di questa frequenza. Queste due ultime cose già bastano a dirci che più piccola è la separazione in energia più lunga è la vita media.

Inoltre, più quantitativamente, sappiamo che le frequenze ottiche sono dell'ordine di $10^{14} \div 10^{15}$ Hz, mentre le frequenze di Bohr delle transizioni rotazionali sono due o tre ordini di grandezza più piccole; siccome il coefficiente di Einstein scala come il cubo della frequenza di Bohr, abbiamo un'idea di quanto la vita media dei livelli rotazionali sia più lunga di quella dei livelli elettronici.

C'è poi un'altro aspetto della transizione, che è la cosiddetta 'larghezza (naturale) di riga'.

Infatti la frequenza della transizione non è una delta di Dirac, ma ha una sua larghezza in frequenza. E si ha che (lo vedremo nel dettaglio in seguito) la larghezza di riga $\Delta \nu$ di una transizione è legata al tempo caratteristico della vita media τ in

maniera inversamente proporzionale a $2\pi \tau$ (cioè $\Delta \nu \propto \frac{1}{2\pi \tau}$). Quindi

quantitativamente se per esempio per il sodio abbiamo visto che τ ha un ordine di grandezza di 10 ns, cioè 10^{-8} s, la larghezza naturale (non Doppler) sarà

$$\Delta \nu \propto \frac{1}{2\pi \cdot 10^{-8}} = \frac{10^8}{2\pi} \approx 20 \text{ MHz.}$$

Invece la larghezza naturale di riga delle transizioni rotazionali delle molecole sono dell'ordine di pochi kilohertz. Infatti abbiamo detto che il coefficiente di Einstein scala come il cubo della frequenza, e dunque le vite medie sono molto lunghe, dell'ordine delle centinaia di millisecondi, e infatti le righe sono molto strette.

Tornando all'apparato sperimentale, poiché le vite medie dei livelli rotazionali sono lunghe, le molecole riescono a 'conservare' l'energia assorbita dalla radiazione, e arrivano sul bolometro con ancora i livelli rotazionali eccitati. Se invece di molecole si fosse trattato di atomi, le brevi vite medie dei livelli elettronici sono tali che subito dopo l'irraggiamento gli atomi si diseccitano. quantitativamente, la vita media degli atomi è dell'ordine delle decine di nanosecondi, e dunque il tragitto che compiono 'eccitati' è dell'ordine dei micrometri, supponendo una velocità di 5×10^4 cm/s. Invece i livelli rotazionali proseguono per metri.

Allora, ricapitolando, le particelle arrivano sul bolometro con l'energia cinetica ma anche l'energia rotazionale. Dunque in questo caso l'energia cinetica rappresenta una sorta di 'rumore di fondo', e il segnale che ci interessa è quello legato all'energia rotazionale.

Dunque anche in questo caso possiamo usare 'il trucco dell'amplificatore lock-in' : moduliamo la radiazione (quella che eccita il fascio molecolare) e poi amplifichiamo il segnale con un amplificatore con una banda passante abbastanza stretta e centrata sulla frequenza con cui abbiamo modulato. Osserviamo che se la vita media di queste eccitazioni rotazionali è lunga la modulazione non può essere troppo veloce.

L'importante è che ci sia una qualche frequenza e che la banda passante dell'amplificatore sia stretta.

Il prof sottolinea a tal riguardo che 'quello che da fastidio' del rumore è sì la sua intensità (il prof dice «ampiezza»), ma anche la sua 'larghezza in frequenza', e dunque se riusciamo a selezionare una stretta finestra in frequenza attorno al segnale che ci interessa vuol dire che abbiamo eliminato una gran parte del rumore.

53' 30" prestazioni di alcuni bolometri :
(manca sui lucidi)

Un dato interessante, in apparente contraddizione con quello che abbiamo detto prima : con i semiconduttori si hanno delle risposte (sensibilità) molto maggiori che con i superconduttori.

Evidentemente ci sono altri parametri che influiscono, oltre all' ΔT che abbiamo trattato (tipo per esempio la corrente...)

Riguardo alla **risposta temporale, vediamo che è sempre lunga : decine o centinaia di millisecondi.**

La temperatura di lavoro è sempre molto bassa (unità di gradi Kelvin).

- bolometri come rivelatori di energia

Partiamo dall'equazione di bilancio termico vista prima :

$$\Delta P = C \frac{dT}{dt} + \Delta(T - T_0).$$

Se la conducibilità è piccola (bolometro isolato) possiamo trascurare l'ultimo termine.

Per ottenere l'energia dalla potenza moltiplichiamo tutto per dt e integriamo tra 0 e t^* :

$$\int_0^{t^*} \Delta P(t) dt = \Delta C dT$$

$$\Delta T = \frac{1}{C} \int_0^{t^*} P(t) dt$$

per definizione questo integrale (integrale della potenza rispetto al tempo) è proprio l'energia che arriva sul bolometro.

Se ipotizziamo che sul bolometro arriva un impulso di luce, questa relazione (nell'ipotesi di bolometro ben isolato) lega la variazione di temperatura all'energia che arriva sul bolometro.

A sua volta la variazione di temperatura provoca una variazione di tensione, che poi è il segnale che viene 'letto'.

Dunque in questa 'accezione' il bolometro è un 'joule meter', mentre prima lo abbiamo visto come un 'power meter'. Tutto è legato alla grandezza di Δ : se è trascurabile, l'oggetto è un 'integratore', mentre se non è trascurabile si tratta di uno strumento per misure differenziali.

- Termocoppie

Sono rivelatori, con sensibilità più modeste dei bolometri, che pure possono essere usati per rivelare radiazione infrarossa.

Si basano su un fenomeno che è trattato già al corso di fisica II (effetto Seebeck) : una giunzione tra due qualità di metallo o semiconduttore. A causa del diverso lavoro di estrazione si crea una barriera di potenziale e dunque un flusso di cariche, che (all'equilibrio) genera una f.e.m. ai capi della giunzione.

Questa f.e.m. dipende dalla temperatura della giunzione (più è alta la temperatura più è facilitato il passaggio di cariche attraverso la barriera di potenziale) :

figura pag 55

il tutto si descrive quantitativamente con :

$$\Delta V = (\alpha_A - \alpha_B) \Delta T$$

dove α_x sono i coefficienti di Seebeck caratteristici della giunzione.

Nella pratica le termocoppie sono molto usate, come termometri, in tutti i casi in cui i termometri a bulbo sono fuori scala.

Per calibrare questo tipo di rivelatore si usano due termocoppie 'in serie', di cui una è schermata e termostata ad una temperatura nota (ad es. acqua e ghiaccio) e l'altra giunzione è esposta alla radiazione che si vuole misurare.

Esistono poi delle tabelle di riferimento che associano la temperatura ai millivolt.

(?) io non ho capito bene a che serve la giunzione termostata : comunque la termocoppia è un misuratore 'assoluto' di temperatura : misura la temperatura e non la differenza di temperatura!

Le tipiche coppie di materiali sono :

rame - costantana (la classica)
 antimonio - bismuto (la più sensibile)
 etc..

Per migliorare l'efficacia di questo tipo di rivelatori si possono mettere tante giunzioni in serie, realizzando una cosiddetta "termopila".

La prima termopila fu realizzata a Napoli da Macedonio Melloni in periodo borbonico.

(nota storica : lui in epoche di 'flogisto' aveva capito che la trasmissione del calore era basata su un meccanismo elettromagnetico, e costruì la termopila per verificare le sue teorie).

Differenze tra termocoppia e termopila.

Una termopila fatta con n termocoppie ha :

- lo stesso tempo caratteristico

infatti $\tau_{tot} = \frac{C_{tot}}{\sigma_{tot}}$, ma $C_{tot} = n C$ (capacità), $\sigma_{tot} = n \sigma$ (conducibilità), e dunque $\tau_{tot} = \tau$

Invece la sensibilità cresce di un fattore n , il rumore cresce di un fattore \sqrt{n} , e dunque il rapporto segnale/rumore va come \sqrt{n} .
 Dunque il vantaggio è sul rapporto segnale/rumore.

Un altro vantaggio è che la termocoppia è localizzata in un punto, mentre la termopila è estesa, e dunque può essere utile per rivelare radiazione che non si riesce a focalizzare in un punto.

- Celle di Golay

Cella rigida che contiene un gas; una parete è annerita e un'altra è flessibile e trattata a specchio.

La radiazione viene assorbita dalla parete annerita; questo fa riscaldare il gas; questo provoca un aumento di pressione, e questo provoca una deformazione della parete elastica. Con una 'leva ottica' si può rivelare la deformazione e risalire alla quantità di radiazione assorbita.

• Rivelatori fotoemissivi

I rivelatori fotoemissivi e i rivelatori fotoconduttivi sono entrambi basati sull'effetto fotoelettrico, che si può avere con i metalli e i semiconduttori.

Nei rivelatori fotoemissivi l'effetto fotoelettrico è 'esterno', mentre per quelli fotoconduttivi è 'interno'.

- l'effetto fotoelettrico

Per i **metalli** l'effetto fotoelettrico si può schematizzare così : ci sono dei fotoni che arrivano sulla superficie del materiale. Se l'energia del singolo fotone (cioè la frequenza) è sufficientemente elevata da 'vincere' il lavoro di estrazione, alcuni elettroni vengono emessi, diventando elettroni liberi.

Possiamo quindi costruire una specie di condensatore, cioè due pezzi di metallo affacciati, messi in un circuito e ai quali è applicata una tensione. Se uno dei due è irraggiato, gli elettroni estratti per effetto fotoelettrico possono passare sull'altro e quindi produrre una corrente nel circuito.

In un materiale **semiconduttore** il meccanismo che si ha con maggiore facilità è diverso : anziché estrarre gli elettroni, questi vengono spostati da una banda ad un'altra (effetto fotoelettrico 'interno').

Se arriva un fotone con un'energia superiore alla gap, è possibile portare degli elettroni dalla banda di valenza alla banda di conduzione (e corrispondentemente aumentare il numero di lacune in banda di valenza). Questo modifica (diminuisce) la resistenza del materiale.

Dunque se applichiamo una tensione al semiconduttore possiamo apprezzare questa variazione di resistenza.

Questo meccanismo è alla base dei rivelatori fotoconduttivi (fotodiodi).

Possiamo dire che nel caso dei semiconduttori abbiamo comunque un effetto fotoelettrico, ma 'interno'.

Torniamo ai metalli : allo zero assoluto tutti gli elettroni hanno un'energia più piccola dell'energia di Fermi, che a sua volta è più piccola dell' "energia zero", cioè l'energia dell'elettrone libero. C'è una certa barriera di energia, il 'lavoro di estrazione', che gli elettroni devono superare per uscire dal metallo. Con l'aumentare della temperatura, non tutti gli elettroni stanno in livelli più bassi dell'energia di Fermi : si cominciano a popolare dei livelli più alti. Tra l'altro questo dà luogo anche all'effetto termoionico : l'agitazione termica di per se può 'estrarre' degli elettroni dal metallo (effetto termoionico : riscaldando il metallo si ha un'emissione di elettroni).

A temperature ambiente, sebbene ci siano delle 'code' nella distribuzione in energia degli elettroni.

In realtà l'effetto fotoelettrico vero e proprio (quello 'emissivo') si verifica anche nei semiconduttori.

Anzi la maggiorparte dei fotocatodi dei fotomoltiplicatori in commercio sono fatti con materiali semiconduttori.

Vedremo infatti che il semiconduttore offre dei vantaggi.

Nel semiconduttore l'energia di Fermi capita a metà della gap tra la banda di valenza e la banda di conduzione (se il semiconduttore non è drogato).

C'è poi l'affinità elettronica χ , che è lo 'spessore' in energia della banda di conduzione, cioè la differenza di energia tra l'energia minima della banda di conduzione e l'energia 'zero', cioè l'energia dell'elettrone libero. Questa affinità elettronica è l'analogo nel semiconduttore del lavoro di estrazione, a partire dal 'fondo' della banda di conduzione.

Dunque per un elettrone nella banda di valenza, per avere effetto fotoelettrico occorre un fotone con energia pari all'energia della gap più l'affinità elettronica.

(dunque l'effetto fotoelettrico è fatto sugli elettroni della banda di valenza, e non su quelli di conduzione...).

Ma la differenza più importante tra semiconduttori e metalli è un'altra.

Intanto i semiconduttori sono in generale meno riflettenti, e questo è buono perché è favorita la penetrazione dei fotoni e quindi l'interazione di questi con il 'bulk' del reticolo di semiconduttore.

Ma il secondo vantaggio è sull'efficienza del semiconduttore rispetto all'effetto fotoelettrico.

Il fatto chiave è che la densità di elettroni nella banda di conduzione del semiconduttore è più bassa.

Il vantaggio di questa circostanza sta nel fatto che un elettrone che riceve da un fotone l'energia sufficiente per emergere dal reticolo, ha comunque il problema delle collisioni con gli altri elettroni.

L'interazione fotone - elettrone è un fenomeno quantistico : c'è una certa probabilità che il fenomeno si verifichi (sezione d'urto).

Possiamo schematizzare dicendo che ci sono tre cose che devono succedere. Innanzitutto il fotone deve penetrare nel materiale.

Poi deve avvenire l'interazione (sezione d'urto).

Infine l'elettrone, ricevuta l'energia sufficiente, deve riuscire ad uscire dal reticolo (deve trovare la direzione giusta, e non deve perdere troppa energia nelle collisioni).

Considerando tutti questi aspetti si vede che sono più favoriti gli elettroni che si trovano nei semiconduttori rispetto a quelli dei metalli.

Si ha infatti che l'aspetto più rilevante è quello delle collisioni.

Nel semiconduttore l'elettrone collide soprattutto con gli atomi del reticolo, e questo è un urto quasi perfettamente elastico, che non gli sottrae quasi per niente energia ma gli cambia solo direzione. Invece nel metallo gli elettroni collidono soprattutto con altri elettroni, che hanno la stessa massa e dunque fanno urti che sottraggono molta energia.

Ancora, con i semiconduttori si può intervenire sull'energia della gap, e dunque si può fare in modo che gli elettroni, e dunque tutto il fotomoltiplicatore, risponda meglio a certe frequenze che ad altre.

Infine, con i semiconduttori è possibile realizzare un fotocatodo con affinità elettronica negativa, per il quale quindi l'emissione di elettroni è addirittura favorita (vedi figura a pag 61).

Questo tipo di fotocatodo si chiama **NEA** (Negative Electronic Affinity).

Avere un'affinità elettronica negativa significa che l'energia 'del vuoto' (elettrone libero) è minore dell'energia della banda di conduzione.

Questo significa che l'elettrone è 'invogliato ad uscire'.

Per realizzare la NEA si deve creare una giunzione : si parte da un semiconduttore (in figura sono illustrate le bande dell'arseniuro di gallio, vedi figura pag 61). Poi si depone un film sottile di un altro semiconduttore (ossido di cesio).

Quando si realizza la giunzione si crea una zona di raccordo tra i due materiali. Il 'vincolo' che devono soddisfare i vari livelli energetici nel raccordarsi è che l'energia di Fermi deve essere la stessa per tutt'e due.

Dunque per gli elettroni nel film di Cs_2O si ha che basta portarli dalla banda di valenza alla banda di conduzione, perché una volta in banda di conduzione essi fuoriescono spontaneamente.

In questo modo l'energia che deve avere il fotone per ottenere l'effetto

fotoelettrico è solo l'energia della gap, e non anche l'affinità elettronica.

In definitiva i fotomoltiplicatori con fotocatodo NEA hanno due vantaggi :

a) l'energia del fotone basta che sia maggiore della gap, e dunque anche fotoni nel rosso o infrarosso sono sufficienti

b) a causa dell'affinità negativa l'efficienza quantica del processo (rapporto tra elettroni emessi e fotoni incidenti) è molto più elevata, perché essendo l'affinità elettronica negativa, il processo è molto più favorito che nel caso 'normale' di affinità elettronica positiva.

Per i NEA l'efficienza quantica può arrivare al 30 ÷ 40 %, mentre per quelli 'normali' è dell'ordine del 10 ÷ 15 %.

- sensibilità del fotomoltiplicatore

Vediamo come è legata la sensibilità all'efficienza quantica.

Abbiamo detto che l'efficienza quantica è il rapporto tra fotoelettroni emessi e fotoni incidenti :

$$\eta \equiv \frac{n_e}{n_{ph}}$$

Invece la sensibilità è per definizione (dobbiamo vedere il f.m. come uno strumento, un 'trasduttore') il rapporto tra il segnale che leggiamo, cioè la fotocorrente, e la potenza ottica che incide sul fotocatodo :

$$R \equiv \frac{I}{P} = \frac{n_e e}{n_{ph} h \nu}$$

Esprimendo in termini dell'efficienza (rapporto tra fotoelettroni prodotti e fotoni incidenti) $\eta = n_e/n_{ph}$:

$$R = \eta \frac{e}{h \nu} = \eta \frac{e}{h(c/\lambda)} = \eta \frac{e}{hc} \lambda$$

si ha che l'efficienza, è funzione della frequenza (o lunghezza d'onda) :

$$R = \eta(\lambda) \frac{e}{hc} \lambda.$$

Se l'efficienza fosse indipendente dalla lunghezza d'onda dovremmo aspettarci una sensibilità dipendente linearmente da λ .

Invece l'efficienza è funzione non lineare di λ .

Diamo qualche ordine di grandezza.

Consideriamo una fotocellula, cioè una coppia fotocatodo - anodo (non un fotomoltiplicatore con la 'cascata' di dinodi, vedi oltre).

Consideriamo una potenza ottica incidente di $P = 1 \text{ nW}$ (ordine di grandezza di una radiazione ottica), e un'efficienza del 20% $\eta = 0.2$.

Consideriamo che un semplice laser He-Ne emette invece una potenza dell'ordine del milliwatt.

Con questi valori si avrebbe :

$$n_e = \eta \frac{P}{h \nu} = 0.2 \frac{10^9}{2 \cdot 1.6 \cdot 10^{19}}$$

dove abbiamo usato il fatto che $h \approx 2 \times 10^{-34} \text{ joule sec}$ e $\nu \approx 1.6 \times 10^{15} \text{ Hz}$.

Dunque la corrente è dell'ordine di :

$$i = n_e e = 10^{10} \text{ A}$$

cioè dell'ordine del centinaio di pA.

Questo ci fa capire anche che su un fotomoltiplicatore non bisogna mandare potenze molto elevate! Se lo facciamo, il rivelatore 'si satura', andando fuori dal regime di linearità (si 'acceca').

Torniamo adesso alla dipendenza dell'efficienza quantica dalla lunghezza d'onda.

Abbiamo detto che da una semplice analisi della sensibilità deduciamo che l'efficienza quantica deve dipendere dalla lunghezza d'onda dei fotoni incidenti.

Chiediamoci innanzitutto che tipo di andamento dovrebbe avere.

Immaginiamo di selezionare con un monocromatore della radiazione monocromatica con frequenza variabile e mandiamola sul fotocatodo, cominciando dalle frequenze basse.

Innanzitutto diciamo che ci sarà una soglia di frequenza al di sotto della quale i fotoni non hanno l'energia sufficiente per produrre l'effetto fotoelettrico (tra l'altro Einstein prese il premio Nobel per aver spiegato l'effetto fotoelettrico, e in particolare questa soglia di frequenza).

Specifichiamo che il numero di fotoni del fascio incidente è mantenuta fissa, e viene aumentata solo la frequenza.

Una volta superata la soglia, il fotone riesce a estrarre l'elettrone, con una certa probabilità (efficienza quantica) diciamo di 0.2.

Abbiamo parlato della 'soglia minima' di frequenza, diciamo adesso che c'è una **soglia massima**, legata al fatto che la fotocellula deve stare nel vuoto (per favorire il passaggio di elettroni dal fotocatodo all'anodo), e dunque per fare entrare la radiazione da rivelare ci deve essere una finestra. Qualunque tipo di materiale (vetro, quarzo, cloruro di magnesio) è trasparente solo per una finestra di frequenze, e dunque raggiunta 'la fine' di questa finestra di trasparenza, la radiazione non riesce ad entrare, e dunque l'effetto fotoelettrico non si ha più. Comunque, al di là del problema della trasparenza della finestra (si potrebbe mettere sorgente e rivelatore tutto in una camera sottovuoto, in modo da eliminare la finestra), se i fotoni arrivano a frequenze (energie) troppo elevate il processo 'cambia', nel senso che i fotoni cominciano a produrre non effetto fotoelettrico ma effetto Compton, o creazione di coppie elettrone-positrone, etc. Quindi c'è comunque una soglia massima, oltre la quale l'effetto fotoelettrico diminuisce, a favore di altri effetti.

Tipicamente la soglia minima dell'effetto fotoelettrico è nel visibile, e la soglia massima (se il problema è della finestra) è dalle parti dell'ultravioletto. Dunque i fotomoltiplicatori sono rivelatori che lavorano essenzialmente nel visibile e nell'ultravioletto, con qualche coda nel vicino infrarosso.

Comunque, tra la soglia minima e la soglia massima, ci sarà una certa dipendenza dell'effetto fotoelettrico dalla frequenza. Per 'derivare' l'andamento ci vuole una descrizione quantistica del fenomeno, che per esempio Einstein non considerò, limitandosi ad una descrizione fenomenologica.

Il prof mostra un paio di grafici della sensibilità in funzione della frequenza, per vari tipi di materiali in cui è realizzato il fotocatodo (vedi figura pag 65). Nel grafico sono riportate anche delle rette che descrivono l'andamento lineare che la sensibilità avrebbe se l'efficienza quantica non dipendesse dalla lunghezza d'onda.

Inoltre il prof mostra anche una tabella dei vari materiali, con relative frequenze di efficienza massima e bande di frequenze di funzionamento. Ci sono anche i materiali di cui è fatta la finestra (vetro, anche se 'speciale' (borosilicati) o quarzo, che riesce a trasmettere anche l'ultravioletto). Interessanti sono i 'solar-blind', che 'vedono' solo l'ultravioletto, e che quindi devono avere delle finestre adatte all'ultravioletto (l'Mg F₂ (fluoruro di magnesio) è quello che si spinge di più verso l'ultravioletto, ma anche il quarzo).

Esistono due tipi di 'geometrie' del fotocatodo : 'side-on' (o opachi) e 'head-on' (o semitrasparenti).

Nel primo caso il fotocatodo è circa a 45°, e i fotoni arrivano circa a 90° rispetto alla direzione in cui emergono i fotoelettroni, debitamente focalizzati sull'anodo.

Nella configurazione head on il fotocatodo lavora 'in trasmissione' anziché 'in riflessione' (vedi figura a pag ?).

Vediamo più nel dettaglio.

Innanzitutto i fotoni devono entrare da qualche parte (finestra).

Infatti abbiamo detto che il tutto deve stare in un ambiente 'vuoto'.

Questo perché l'elettrone che viaggia verso l'anodo è accelerato (dalla tensione applicata?) con energie anche di 100 eV. e l'elettrone prima di arrivare sull'anodo incontra una molecola 'in aria', può ionizzarla, producendo degli altri elettroni; questo produce un effetto a valanga, che rende del tutto non lineare il processo (la corrente rilevata non è più direttamente proporzionale ai fotoni entrati).

In definitiva la 'cella' in cui è contenuto il fotocatodo con l'anodo (consideriamo il sistema 'semplice senza dinodi) deve stare in un vuoto che in genere è dell'ordine di 10^{-6} torr (ricordiamo che 1 torr è 1/760 della pressione atmosferica). A 1 torr ci sono circa 10^{17} particelle 'di aria' per centimetro cubo, e poiché 1 torr è circa la millesima parte di 1 atmosfera alla pressione atmosferica ci sono circa 10^{20} particelle di aria. A 10^{-6} torr dunque arriviamo a 10^{11} particelle per centimetro cubo. Quindi quando parliamo di 'vuoto' la parola è relativa.

Ma pur essendo un numero enorme di particelle, in termini di probabilità di interazione con il fotoelettrone che sta viaggiando verso l'anodo diventa una probabilità trascurabile.

Assodato che la radiazione deve entrare in una finestra, poi nella configurazione side on i fotoelettroni escono dalla stessa faccia su cui incidono i fotoni. Invece nella configurazione head on da un lato incidono i fotoni e dall'altro lato del fotocatodo emergono i fotoelettroni. In realtà in questa seconda configurazione il fotocatodo è realizzato con un film sottile deposto sulla (parte interna della) finestra, dello spessore dell'ordine del micron.

finalmente, passiamo a descrivere il fotomoltiplicatore vero e proprio, anziché la semplice fotocellula.

La differenza è che i fotoelettroni che emergono dal fotocatodo anziché arrivare sull'anodo arrivano su un 'anodo intermedio', chiamato *dinodo*, anch'esso tenuto a potenziale più alto rispetto al fotocatodo. Arrivando sul dinodo intermedio i fotoelettroni provocano 'una specie di effetto fotoelettrico' (sarebbe un 'effetto elettro-elettrico'), che in realtà è una ionizzazione del materiale del dinodo, che comunque ha come effetto una cascata di elettroni secondari. Se si mettono tanti dinodi in cascata, l'effetto finale è un'amplificazione della corrente di fotoelettroni iniziale che esce dal fotocatodo a causa dell'effetto fotoelettrico vero e proprio. Ogni volta gli elettroni secondari sono spinti sul dinodo successivo a causa di una ddp che è realizzata tra i dinodi.

È possibile conoscere con una certa precisione il 'fattore di moltiplicazione'.

Per capirlo torniamo allo schema semplice con solo il fotocatodo e un anodo.

Supponiamo che la tensione tra i due sia variabile. Mandiamo sul fotocatodo dei

fotoni che hanno un'energia sicuramente maggiore della soglia per l'effetto fotoelettrico.

Chiediamoci qual'è l'andamento della corrente che si misura nel circuito 'esterno' in funzione della tensione che si applica tra fotocatodo e anodo.

Se la tensione è zero, i fotoelettroni generati sul fotocatodo partono in tutte le direzioni, e quindi leggerò una corrente piccolissima dovuta ai pochi fotoelettroni che casualmente arrivano sull'anodo. La maggiorparte dei fotoelettroni stanno in una nuvoletta intorno al fotocatodo. Tra l'altro succedono dei fenomeni elettromagnetici : si crea una carica immagine all'interno del fotocatodo, etc..

Comunque i fotoelettroni per la maggior parte rimangono bloccati vicino al fotocatodo. Poi c'è un effetto di schermaggio, che blocca la produzione di ulteriori fotoelettroni.

Insomma per tensione nulla la corrente è praticamente nulla.

Se comincio a applicare una tensione, i fotoelettroni vengono accelerati dal campo elettrico corrispondente, e dunque si comincia a vedere una corrente (fotocorrente). Questa corrente, in funzione della tensione applicata, aumenta però fino a un certo valore di saturazione, che corrisponde a quando tutti i fotoelettroni prodotti sul fotocatodo per effetto fotoelettrico vengono trasferiti sull'anodo e vanno in corrente.

Questo plateau di corrente viene raggiunto in genere per tensioni di $80 \div 100$ volt.

A questo punto, una volta raggiunta questa corrente 'di saturazione', immaginiamo di aumentare la potenza ottica incidente sul fotocatodo (flusso di fotoni).

La corrente aumenta corrispondentemente.

La questione rilevante è vedere se questo aumento della corrente è lineare o meno rispetto all'aumento di potenza incidente.

Rimandiamo a dopo questa questione della linearità.

Prima di continuare con lo studio quantitativo dell'amplificazione della cascata di dinodi consideriamo un altro aspetto : il materiale di cui sono fatti i dinodi deve essere diverso dal materiale del fotocatodo.

Il motivo è che il lavoro di estrazione del materiale dei dinodi deve essere abbastanza alto (5 eV), in modo che non succeda che fotoni della radiazione incidente provochino effetto fotoelettrico anche sui dinodi. Infatti in tal caso i fotoelettroni provenienti dal dinodo si mischierebbero agli elettroni secondari provenienti dalla 'valanga' dei dinodi precedenti (o dal fotocatodo), alterando la rivelazione. Se il lavoro di estrazione dei dinodi è alto, i fotoni della 'finestra di lavoro' dei fotomoltiplicatori non hanno l'energia sufficiente per provocare l'effetto fotoelettrico su di essi.

Studiamo adesso quantitativamente l'amplificazione dovuta alla cascata di dinodi del fotomoltiplicatore.

Sia I_c la corrente di fotoelettroni emessi dal fotocatodo.

La corrente emessa dal primo dinodo I_{d_1} sarà proporzionale a questa corrente,

tramite un fattore che chiamiamo 'fattore di emissione secondaria' :

$$I_{d_1} = \alpha_1 I_c$$

dove banalmente

$$\alpha_1 = \frac{I_{d_1}}{I_c} \text{ (fattore di emissione secondaria).}$$

Reiterando il ragionamento, la corrente emessa dal secondo dinodo è :

$$I_{d_2} = \alpha_2 I_{d_1} = \alpha_1 \alpha_2 I_c$$

con

$$\alpha_2 = \frac{I_{d_2}}{I_{d_1}}$$

e in fine, dopo N dinodi, la corrente emessa dall'anodo è :

$$I_a = \alpha I_{d_N} = \alpha \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_N I_c$$

dove α è detto *coefficiente di raccolta*.

Dunque in definitiva il guadagno G del fotomoltiplicatore è :

$$G = \frac{I_a}{I_c} = \alpha \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_N \quad \text{(guadagno del fotomoltiplicatore).}$$

I fattori di emissione secondaria dipendono dalle tensioni applicate tra i dinodi e dalla geometria dei dinodi.

Se supponiamo che ci sia una tensione totale V equamente distribuita tra gli N dinodi, possiamo supporre i fattori di emissione secondaria tutti uguali e pari a

$$\alpha_i = a \frac{V}{N+1}^k$$

dove a è una costante legata alla geometria dei dinodi, mentre k è un fattore legato alla struttura e tipo del materiale dei dinodi.

Riportando questo nell'espressione del guadagno 'totale' si ha :

$$G = a^N \left(\frac{V}{N+1} \right)^{kN}$$

Concentriamoci sulla dipendenza del guadagno dalla tensione V . Se $k=1$, come spesso accade, il guadagno è proporzionale a $(V/N)^N$.

Se andiamo a vedere la variazione percentuale del guadagno, calcolando il differenziale, si ha :

$$\begin{aligned} \frac{dG}{dV} &= \frac{d}{dV} \left[a^N \left(\frac{V}{N+1} \right)^{kN} \right] \\ &= a^N k N \left(\frac{V}{N+1} \right)^{(kN)-1} \frac{dV}{N+1} \\ &= \frac{a^N k N}{N+1} \left(\frac{V}{N+1} \right)^{kN} \frac{dV}{V} \end{aligned}$$

quindi

$$\Delta G = \frac{dG}{dV} dV = \frac{a^N k N}{N+1} \left(\frac{V}{N+1} \right)^{kN} \frac{dV}{V} dV$$

da cui

$$\begin{aligned} \frac{\Delta G}{G} &= \frac{\frac{a^N k N}{N+1} \left(\frac{V}{N+1} \right)^{kN} \frac{dV}{V} dV}{a^N \left(\frac{V}{N+1} \right)^{kN}} \\ &= \frac{k N}{V} \Delta V \end{aligned}$$

dove abbiamo ‘confuso’ il differenziale con la variazione finita.

Considerando che $k \approx 1$ possiamo scrivere :

$$\frac{\Delta G}{G} = N \frac{\Delta V}{V}$$

Questa relazione, da un punto di vista sperimentale, ci suggerisce che se la tensione cambia, il guadagno cambia, e dunque anche la corrente 'fluttua'.

Allora, per non avere rumore, occorre che la tensione con cui si alimenta il fotomoltiplicatore sia molto ben stabilizzata.

Diamo un pò di valori numerici :

con un fotomoltiplicatore a 10 stadi ($N=10$), con un fattore geometrico $\Delta=1$, con un 'fattore del materiale' $k=0.7$ e alimentando il fotomoltiplicatore con $V=100$ volt si ha un guadagno $G \approx 10^8$, che è notevole.

Comunque, in un fotomoltiplicatore a 10 stadi, se la fluttuazione della tensione è dell'1%, la fluttuazione del guadagno è del 10%.

Diciamo qualcosa sul materiale con cui sono fatti i dinodi. Deve essere un materiale con elevato lavoro di estrazione (5, 6 eV) in modo che anche con fotoni fino a 100 nm di lunghezza d'onda non c'è effetto fotoelettrico secondario.

Il prof mostra un grafico di andamenti tipici del fattore di emissione secondaria in funzione della tensione (vedi fig pag 70).

I fotomoltiplicatori possono avere geometrie e strutture diverse. In particolare può cambiare la geometria dei dinodi.

Una cosa a cui si deve badare nel progettare una geometria è il 'tempo di transito' degli elettroni da un dinodo all'altro.

Questi tempi di volo devono avere due caratteristiche :

a) devono essere brevi (diminuire il ritardo)

b) devono essere tali che tutti gli elettroni prodotti (indirettamente, dopo la catena di dinodi (si parla di 'sciame elettronico')) da uno stesso segnale luminoso arrivino allo stesso istante sull'anodo del fotomoltiplicatore (contemporaneità).

Questo secondo fatto ovviamente è importante per studiare l'andamento temporale del segnale ottico che stiamo rivelando.

Ma anche se non fossimo interessati all'andamento temporale del segnale, se gli elettroni si disperdono nel tempo, perdiamo anche informazione sull'intensità del segnale, anche se conserviamo la sua energia totale.

Questo fatto significa poi anche peggiorare il rapporto segnale/rumore.

Il prof illustra poi le varie configurazioni dei FM :

- 1) circular focused
- 2) linear focused (quello più usato)
- 3) box and grid (settori di paraboloide con griglie -> celle di Faraday)
- 4) a veneziana
- 5) multi channel plate (micro channel plate) (con geometria 'chevron', all'interno dei microcanali c'è come un 'dinodo continuo')

Tra le altre cose le varie geometrie sono più o meno sensibili alla presenza di campi magnetico, che possono far deviare gli elettroni e danneggiare il funzionamento dello strumento.

- Il fm come rivelatore di ioni o elettroni

Per 'modificare il fm e farlo diventare un rivelatore di ioni o elettroni si rimuove semplicemente il fotocatodo, tagliando il 'coperchio' da un fm in configurazione head on.

In questo modo le particelle arrivano direttamente sul primo dinodo. Poi si può scegliere di mettere i dinodi a potenziale positivo per rivelare elettroni o ioni negativi, o negativo per ioni positivi.

In realtà ci sono metodi molto più semplici per rivelare elettroni e ioni, ma questo è utile quando queste particelle da rivelare sono poche, e quindi si sfrutta l'effetto amplificante della catena di dinodi.

Il fenomeno che avviene sulla superficie del dinodo quando arriva uno ione è diverso dall'effetto fotoelettrico o dall'amplificazione degli elettroni.

Spesso lo ione quando collide si neutralizza, facendo partire degli elettroni.

A volte anche un atomo neutro può dar luogo all'emissione di elettroni (se l'atomo neutro ha un'energia interna).

Si tratta di meccanismi complicati, in cui interagiscono gli elettroni del materiale con gli elettroni dello ione o atomo; qualcosa che ricorda l'effetto Auger.

Quando il fotomoltiplicatore è usato in questo modo si chiama 'ion multiplier'.

Quando si vogliono rivelare atomi neutri occorre che questi atomi abbiano una certa energia interna, che nell'impatto viene ceduta all'impatto al cristallo, emettendo elettroni.

- l'alimentazione dei dinodi

Abbiamo visto che occorre mettere una tensione tra ogni coppia di dinodi.

Una prima possibilità è quella di mettere un alimentatore su ogni singola coppia di

dinodi.

Ma una soluzione molto più pratica è quella di usare un unico alimentatore e un partitore di tensione, cioè delle resistenze in serie (bleeder).

La corrente che circola nel circuito partitore quando nel rivelatore non arriva luce (corrente di bleeder) è :

$$I_b = \frac{V}{(R_1 + R_2 + \dots + R_N)}$$

Se arriva luce, e andiamo a calcolare la variazione di guadagno relativa, abbiamo che questa è circa uguale al rapporto tra la corrente anodica (corrente che circola 'nel rivelatore', cioè nelle maglie che si vengono a creare, con le resistenze e i dinodi) e la 'corrente di bleeder' :

$$\frac{\Delta G}{G} \approx \frac{I_A}{I_B}$$

Questo significa che se vogliamo un alto guadagno dobbiamo fare in modo che la corrente di bleeder sia molto maggiore della corrente dei fotoelettroni.

Questo si ottiene dimensionando opportunamente le resistenze del partitore.

Bisogna tenere conto di questo fatto quando mandiamo molta luce nel rivelatore. In tal caso infatti, soprattutto negli ultimi stadi, si raggiungono correnti alte.

In questo caso non si può più trascurare la corrente 'delle maglie' rispetto a quella di bleeder, e poi le correnti, e dunque le tensioni, ai capi delle varie coppie di dinodi, non sono più uguali.

Tra l'altro un fotomoltiplicatore va tenuto al buio. Anche se non c'è tensione, se si espone alla luce si può 'accecare' facilmente : si creano delle cariche, delle polarizzazioni, che poi ci vuole tempo a far rientrare.

Comunque, quello che si fa per ovviare al problema è di mettere dei condensatori. Se si mettono in parallelo alle resistenze del partitore (per lo più negli ultimi stadi), questi condensatori, caricandosi, (cercano di) tenere costante la tensione ai capi delle ultime coppie di dinodi.

Sennò, in alcuni casi, si mettono direttamente dei diodi Zener, sempre in parallelo alle resistenze del partitore, in modo da far circolare solo la corrente di bleeder.

Altro dettaglio 'tecnico' : è preferibile mettere la tensione (che è alta!) al catodo, e mettere l'anodo a massa. Questo perché il segnale viene prelevato dall'anodo, e dunque è preferibile operare lontano dall'alta tensione.

Il prof mostra un grafico dell'andamento della corrente del primo dinodo in funzione

della tensione tra catodo e primo dinodo stesso.

Vediamo che se non si applica nessuna tensione non si vede corrente (nuvola di carica attorno al catodo). Man mano che si applica tensione si spopola questa nuvola di carica, finché ad un certo punto si arriva ad un plateau (saturazione). La corrente di saturazione è diversa a seconda dell'intensità della radiazione incidente.

La linearità del rivelatore sta nel fatto che la corrente di saturazione è direttamente proporzionale all'intensità della radiazione incidente.

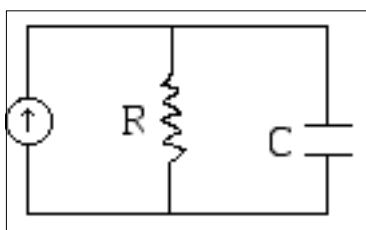
Lo si può esprimere in un altro modo dicendo che la corrente anodica (quella che si preleva alla fine dell'amplificazione della cascata di dinodi) è proporzionale (in regime di saturazione) alla corrente catodica (la corrente di fotoelettroni emessi dal catodo per effetto fotoelettrico).

Tuttavia nella 'realtà' questo comportamento lineare c'è solo per correnti anodiche relativamente basse.

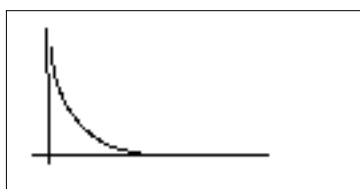
Ogni configurazione dei dinodi ha un più o meno esteso intervallo di linearità, e la configurazione 'linear focused' è quella che conserva questa linearità a correnti più alte.

- caratteristiche temporali di un fotomoltiplicatore

Un fotomoltiplicatore si può descrivere col seguente circuito equivalente (circuito RC) :



Supponiamo di mandare sul fm un *impulso* di luce, con un tempo di salita nullo e poi una coda che decresce esponenzialmente :



analiticamente :

$$P(t) = P_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Chiediamoci che segnale in corrente si produce in uscita.

La corrente è $\frac{dq}{dt}$, e diciamo che segue abbastanza l'andamento temporale dell'intensità della radiazione (ipotesi di poca dispersione temporale degli elettroni lungo la catena di dinodi).

Dunque analiticamente diciamo che la corrente è :

$$i(t) = G \frac{N_e e}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

dove N_e è il numero di fotoelettroni 'primari' emessi dal fotocatodo, e G è il guadagno.

Data la corrente, risolviamo il circuito per trovare il segnale in tensione.

Applicando il primo principio di Kirchoff si ha :

$$i(t) = \frac{V(t)}{R} + C \frac{dV}{dt}$$

da cui risolvendo

$$V(t) = \begin{cases} \frac{G N_e e R}{\tau^* \tau} e^{-\frac{t}{\tau}} - e^{-\frac{t}{\tau^*}} & \text{per } \tau \neq \tau^* \\ \frac{G N_e e R}{\tau^2} t e^{-\frac{t}{\tau}} & \text{per } \tau = \tau^* \end{cases}$$

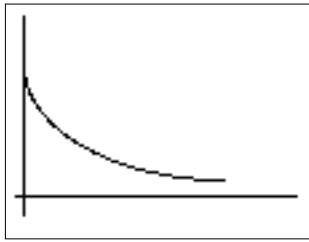
dove τ è la costante di tempo con cui decresce esponenzialmente l'impulso, e $\tau^* = RC$ è la costante di tempo caratteristica del circuito RC.

A seconda che τ è $>$ o $<$ di τ^* domina il primo o il secondo esponenziale in parentesi (prima funzione).

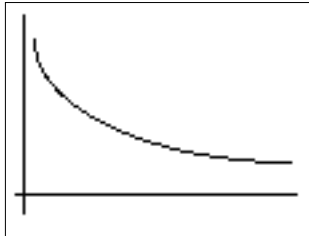
Vediamo un esempio numerico.

Consideriamo un fotomoltiplicatore con guadagno $G = 10^6$, con capacità equivalente pari a $C = 10$ pF e consideriamo una radiazione incidente ad impulso con tempo di decadimento $\tau = 5$ ns, e tale che il numero di elettroni uscenti dal fotocatodo è $N_e = 100$.

Il prof mostra un grafico con i vari andamenti della tensione in funzione del tempo, in corrispondenza di alcuni valori di τ^* (vedi figura a pag 82).



$$e^{-\tau t}$$



$$e^{-\frac{t}{\tau^*}}$$

se metto un denominatore all'argomento di un esponenziale (argomento negativo), il 'decadimento' è tanto più lento quanto più è grande questo denominatore.

Nell'espressione della tensione $V(t)$ notiamo innanzitutto che c'è un '-' davanti, e dunque il tutto è negativo. Inoltre, l'esponenziale con τ ha un segno '+' davanti, mentre quello con τ^* ha un segno '-'.

vediamo dunque i due casi $\tau > \tau^*$ o $\tau < \tau^*$.

caso $\tau > \tau^*$ (current mode)

In questo caso nella differenza di esponenziali l'esponenziale con τ^* è più corto (va a zero più velocemente). Allora, per tempi lunghi 'domina' l'esponenziale con τ mentre per tempi brevi domina quello con τ^* .

Questo significa che in questo caso la corrente 'va a finire' principalmente nella resistenza (vedi circuito equivalente).

Infatti vediamo un segnale in cui il tempo di salita (tempi brevi) è legato ai parametri del circuito ($\tau^* = RC$), mentre invece il 'tempo di decadimento' è legato a τ cioè alla costante di tempo del segnale ottico, che è più grande.

Dunque, a parte il tempo di salita che è fissato dal circuito, la 'coda' del segnale in tensione 'rappresenta bene' il τ 'ottico'.

Allora, se eravamo interessati a rivelare la costante di tempo di decadimento del segnale ottico, possiamo 'fittare' il segnale in tensione, scartando la prima parte, per tempi brevi.

Ad esempio il segnale ottico che andiamo a rivelare potrebbe essere legato ad un sistema fisico che sta decadendo emettendo fotoni, e noi siamo interessati alla costante di tempo di questo decadimento.

caso $\tau < \tau^*$ (voltage mode)

In questo caso la corrente 'se ne va' tutta nel condensatore, che si carica, svolgendo la funzione di *integratore*.

In questo caso si perde l'informazione sul ' τ ottico', che è dominante solo nella porzione di segnale 'per tempi brevi', dove è più difficile fare il fit (il prof dice che il segnale lì «è più sporco»).

Tuttavia, come risulta dal grafico, il segnale nel caso $\tau > \tau^*$, pur contenendo 'più informazione' sul tempo di decadimento ottico, è un segnale 'più piccolo' (la funzione è più appiattita sull'asse dei tempi).

Dunque a seconda del ' τ elettrico' posso avere un segnale 'piccolo' ma fedele al segnale ottico, o 'grande' ma poco fedele al segnale ottico.

La cosa si può vedere anche dal punto di vista della 'velocità di risposta' del rivelatore, che è poi il significato fisico di τ^* : nel caso $\tau > \tau^*$ il rivelatore è più pronto, nel caso $\tau < \tau^*$ il rivelatore è meno pronto.

Nel secondo caso dunque l'unico vantaggio è il fatto che il segnale è grosso (il fotomoltiplicatore funziona da integratore).

Inoltre, nel secondo caso, oltre a perdere informazione sulla costante di tempo del segnale ottico, perdiamo anche un'altro tipo di informazione.

Supponiamo che il segnale luminoso che mandiamo è un treno di impulsi con quel tipo di decadimento, intervallati con una certa frequenza.

In questo caso, se $\tau < \tau^*$, essendo il rivelatore meno pronto, al di sopra di una certa frequenza degli impulsi perdiamo il carattere impulsato del segnale ottico, e vediamo solo l'intensità media (il rivelatore integra il segnale).

Questo si vede anche dal grafico : quando $\tau < \tau^*$ (voltage mode) il 'tempo morto' del rivelatore, cioè il tempo che ci mette la tensione $V(t)$ a tornare a zero (in modo che il rivelatore è pronto per rivelare un nuovo segnale) è molto grande.

Dunque la 'frequenza di ripetizione' del treno di impulsi non può essere elevata.

Il prof accenna al fatto che a volte i fotoni che compongono l'impulso sono molto pochi. Dunque per ottenere un risultato attendibile c'è bisogno di rivelare un gran numero di impulsi e poi studiarne la statistica. Se dobbiamo aspettare troppo tempo tra un impulso e l'altro l'esperimento si allunga fino a diventare impraticabile.

Il prof accenna al fatto che fin'ora stiamo considerando il fotomoltiplicatore in un regime 'analogico'.

Si può utilizzare anche in regime digitale. In quel caso il fotomoltiplicatore fa del 'photon counting', più che 'rivelare un segnale'.

- TTD e TTS

La risoluzione temporale del fotomoltiplicatore è condizionata da due fattori.

Il primo è la variazione del tempo di transito degli elettroni.

Questa variazione introduce uno 'sparpagliamento' temporale (TTS=transit time spread) e un ritardo temporale (TTD=transit time delay).

Immaginiamo di mandare un treno di impulsi 'tipo delta di dirac' (una vera delta è irrealizzabile, ovviamente).

Poi facciamo passare questi impulsi in un diffusore che allarga il fascio, in modo che tutto il fotocatodo sia illuminato dal segnale luminoso, e che quindi si abbiano fotoelettroni emessi da tutta la sua superficie.

I diversi fotoelettroni impiegano tempi diversi per percorrere tutta la 'catena di dinodi'.

Dunque il segnale a delta in ingresso diventa un segnale 'a campana', con dei tempi di salita e dei tempi di discesa non nulli (TTS).

Inoltre si può osservare anche un ritardo tra il tempo in cui la radiazione arriva sul fotocatodo e il tempo in cui emerge il segnale dall'anodo.

Una volta nota la risposta 'standard' alla delta, se si ha un segnale in ingresso 'non delta', cioè non 'puntuale nel tempo', ma con un certo andamento temporale, in uscita avremo un segnale che è la convoluzione del segnale in ingresso e la 'risposta standard alla delta'.

Con una *deconvoluzione* si può risalire al segnale incidente (almeno in teoria; tra l'altro le due funzioni sono confrontabili, e questo crea delle 'correlazioni').

Vediamo un altro possibile 'arrangiamento' sperimentale, che è più adatta quando sono in gioco pochi fotoni.

Anche qui mandiamo un segnale a impulso 'tipo delta' e lo facciamo 'allargare' con un diffusore. Il segnale uscito dal fotomoltiplicatore viene amplificato, e poi (cosa nuova) mandato su un TAC (time amplitude converter). Sul TAC viene fatto arrivare anche il segnale del trigger della sorgente laser impulsata.

Il TAC è un apparato molto semplice : c'è una rampa di tensione, che parte (da zero) con uno 'start' e si ferma con uno 'stop'. Quando arriva il segnale di stop, il TAC fornisce il valore di tensione a cui è arrivata la rampa.

Dunque effettivamente converte l'intervallo di tempo in un ampiezza di tensione.

Ora, il segnale di start glielo manda il 'trigger' della sorgente laser impulsata, in corrispondenza dell'invio dell'impulso, mentre il segnale di stop glielo manda l'amplificatore quando riceve il segnale dal fotomoltiplicatore.

Infine, il TAC è collegato ad un MCA (multi channel analyzer, in italiano 'multicanale'), che è un apparecchio che 'fa istogrammi'. In pratica il multicanale fornisce un istogramma dei vari valori di tensione, ovvero dei vari intervalli di tempo, che sono trascorsi in corrispondenza dei diversi impulsi tra il momento di arrivo sul fotomoltiplicatore e il momento di arrivo del segnale rivelato all'amplificatore.

Ricordiamo che questo lo stiamo facendo in una situazione in cui l'impulso è fatto da pochi fotoni.

Ogni fotone (o gruppetto di pochi fotoni) colpirà un punto diverso del fotocatodo, e dunque 'farà un percorso diverso' all'interno della catena di dinodi del fotomoltiplicatore.

Questo è il motivo dei diversi tempi di percorrenza (transit time delay).

Dunque il multicanale ci fornisce, con l'istogramma, cioè in maniera statistica, quello che in maniera diversa (tutt' in una volta, con lo stesso segnale) ci forniva il precedente 'esperimento', cioè l'informazione sulla dispersione temporale del fotomoltiplicatore, cioè l'indeterminatezza sul tempo di percorrenza del segnale al suo interno.

Questa tecnica è molto generale, e si usa in molte altre situazioni.

Ad esempio si usa per misurare vite medie di stati di sistemi vari : vite medie di livelli atomici, o molecolari, o vite medie di cristalli. Si eccita il sistema, e il trigger di eccitazione dà lo start al TAC. Lo stop è dato in qualche forma dal fenomeno di diseccitazione (ad es. un fotone emesso).

La diseccitazione è un fatto statistico, e dunque avremo un istogramma, che descrive la statistica del decadimento. La forma dell'istogramma sarà un esponenziale, e il τ di quest'esponenziale sarà il tempo caratteristico del decadimento, che possiamo stimare con un fit.

((?) questa cosa non mi è chiara : una cosa è la distribuzione statistica dei tempi di decadimento, e una cosa è l'andamento esponenziale del decadimento. Il decadimento è un fatto istantaneo, quello che può essere esponenziale è la probabilità che il decadimento avvenga dopo un certo tempo. Cioè la probabilità decresce esponenzialmente col tempo... capire meglio).

Questa tecnica descritta è detta "Coincidence Delay Technique".

- Il rumore del fotomoltiplicatore

Abbiamo visto che per un bolometro, che è basato su un meccanismo termico, i tipi di rumore più rilevanti sono il rumore Johnson, che ricordiamo essere dovuto ad una f.e.m. istantanea e fluttuante, causata dall'agitazione termica, che muove le cariche, o altri di questo genere (il prof rimane nel vago).

Per il fotomoltiplicatore i meccanismi sono diversi, e dunque i rumori sono diversi. I tipi di rumore per un fotomoltiplicatore sono :

- effetto termoionico
- perdite ohmiche
- radioattività ambientale
- fenomeni di ionizzazione
- emissione per effetto di campo

Vediamoli in dettaglio.

- Rumore legato all'effetto termoionico

L'effetto termoionico si può descrivere pensando alla distribuzione di Fermi. Con l'aumentare della temperatura nella distribuzione compaiono delle code che possono superare il lavoro di estrazione, e dunque per agitazione termica qualche elettrone può 'sfuggire' al reticolo del metallo (effetto termoionico).

Alla fine l'effetto è che il fotocatodo emette anche 'al buio' (dark current).

Il rimedio è raffreddare il fotocatodo, soprattutto quando necessitiamo di alte sensibilità e/o basso rumore.

Per fortuna la dipendenza dell'effetto termoionico dalla temperatura 'è favorevole', nel senso che l'effetto diminuisce abbastanza rapidamente con la temperatura :

$$I_t = A T^{5/4} e^{-\frac{e\phi}{kT}} \quad (\text{corrente termoionica in funz. della temperatura})$$

Per abbassare la temperatura, o si raffredda con un circuito di acqua, o si usano degli apparecchi basati sull'effetto Peltier.

Ricordiamo che l'effetto Peltier consiste nel far passare una corrente tra una giunzione tra due metalli diversi. La corrente svolge la funzione di 'lavoro esterno' in un ciclo frigorifero, producendo così un abbassamento di temperatura su uno dei due metalli, trasferendo calore sull'altro.

Un ulteriore metodo per abbassare la temperatura (il più 'efficace') è usare azoto liquido ($T=77 \text{ K}$).

La cosa si realizza con un 'housing' : una 'camicia' o scatola, con azoto liquido all'esterno e lamelle per il contatto termico.

Per realizzare tutto ciò bisogna 'evacuare' (vuoto), perché sennò a quelle temperature si creerebbe condensa.

- Rumore legato a perdite ohmiche

Nel fototubo si realizzano tensioni moderatamente elevate tra i dinodi, dell'ordine di 1000 V. Dunque occorre un buon isolamento elettrico, per evitare 'corrente spuria' non dovuta alla radiazione che si vuole rivelare, detta 'corrente di perdita (leakage current) vada a finire 'nel segnale'.

Tuttavia, anche un'impedenza di $10^{12} \Omega$ si può superare con correnti che è facile calcolare con la legge di ohm :

$$I_L = \frac{V}{R} = \frac{10^3}{10^{19}} = 10^{-16} \text{ A}$$

che è una corrente 'importante' per un fotomoltiplicatore.

Notare che la resistenza che deve impedire questa corrente non è la resistenza del

'circuito bleeder' (che sono dell'ordine delle decine o delle centinaia di kiloohm), ma la resistenza del vetro, o in genere dell'involucro, che si frappone tra i piedini collegati ai vari dinodi.

- Rumore legato alle emissioni per 'effetto di campo'

Se un metallo è immerso in una differenza di potenziale grossa, da esso possono essere emessi elettroni.

Questo fenomeno dipende dal campo elettrico, che (teorema di Coulomb) dipende da V/r , dove r è il raggio di curvatura della superficie del metallo. Dunque questo effetto è molto più rilevante nelle 'punte' del metallo, dove i campi diventano molto grandi.

In pratica il campo 'esterno' si combina con i campi del reticolo cristallino, abbassando la barriera di potenziale (lavoro di estrazione).

- rumore dovuto alla scintillazione del vetro

Alcuni elettroni possono 'sfuggire' alle traiettorie 'previste' e sbattere sul vetro, provocando scintillazione (emissione di fotoni) (cos'è esattamente la scintillazione??)

- rumore dovuto a radioattività ambientale

Raggi cosmici che attraversano il vetro e producono radiazione (effetto Cherenkov)

- Rumore dovuto alla ionizzazione del gas residuo

Anche se le pressioni sono dell'ordine di 10^{-10} atm/cm³, questo significa densità di particelle dell'ordine di 10^{10} particelle/cm³.

Ribadiamo che il rumore più rilevante è quello dovuto all'emissione termoionica, anche se a tensioni di alimentazione basse domina il rumore dovuto alle perdite ohmiche. Infatti gli andamenti delle due correnti è :

$$I_L \propto V$$

$$I_t \propto e^{kV}.$$

- **Rapporto segnale/rumore del fotomoltiplicatore**

Immaginiamo di collegare un fotomoltiplicatore ad un oscilloscopio, avendo cura di schermare completamente dalla luce il fotomoltiplicatore.

Abbiamo visto che anche se non arriva luce si ha comunque un piccolo segnale, la cosiddetta 'dark current' I_D che è dovuta essenzialmente all'effetto termoionico

(e alle perdite ohmiche). Questo segnale di dark current avrà un suo valore medio e una sua indeterminatezza (root mean square) σI_D , cioè rumore (in pratica il segnale è una 'banda' oscillante con una certa larghezza).

Se mandiamo una radiazione sul fotomoltiplicatore, diciamo un segnale di intensità costante, avremo sull'oscilloscopio un segnale 'più grande', che sappiamo essere dovuto alla 'dark current' più la fotocorrente che effettivamente vogliamo rivelare : I_{P+D} .

Inoltre, anche questo segnale grosso avrà la sua indeterminatezza σI_{P+D} (root mean square), cioè il suo rumore, che a sua volta è la somma del rumore della dark current più il rumore 'proprio' della fotocorrente da rivelare.

Quello che ci interessa è il rapporto segnale/rumore.

Poiché la dark current è misurabile, possiamo sempre sottrarla al segnale I_{P+D} , invece riguardo al rumore, non è possibile 'sottrarlo' semplicemente, e dunque tutto quello che possiamo scrivere è :

$$\frac{S}{N} = \frac{I_P}{\sigma I_{P+D}}$$

Tuttavia possiamo fare l'ipotesi che l'indeterminazione della dark current sia trascurabile rispetto a quella della fotocorrente e dunque possiamo scrivere :

$$\frac{S}{N} = \frac{I_P}{\sigma I_P}$$

Essenzialmente il rumore σI_P a questo punto è soprattutto di tipo 'shot noise', il rumore legato alla natura quantistica dei fotoni.

Un parametro altrettanto importante per un fotomoltiplicatore è il 'Noise Figure' (NF), che è il rapporto tra «il rapporto segnale/rumore in ingresso» (cioè letto sul catodo), e «il rapporto segnale/rumore in uscita» (cioè preso sull'anodo).

Il senso di questo parametro è valutare il rumore introdotto dalla catena di dinodi (fotomoltiplicazione) :

$$NF = \frac{(S/N)_{in}}{(S/N)_{out}}$$

Si ha :

$$NF = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{\sigma}{\sigma} + \frac{1}{\sigma_1} + \frac{1}{\sigma_1 \sigma_2} + \dots + \frac{1}{\sigma_1 \sigma_2 \sigma \sigma_N}$$

dove i α_i sono i fattori di emissione secondaria, cioè il numero di elettroni prodotti da un singolo dinodo a causa di un singolo elettrone che ci arriva sopra. Nell'ipotesi (comune) che questi fattori siano tutti uguali si ha :

$$NF = \frac{\alpha}{\alpha \alpha 1}$$

Comunque quello che a noi interessa è il rapporto segnale/rumore $\frac{S}{N} = \frac{I_P}{\alpha I_P}$.

Si può mostrare che il noise figure 'entra' nell'espressione del rumore della corrente del fotomoltiplicatore :

$$\begin{aligned} \alpha I_P &= G (2 e I_C NF \alpha f)^{1/2} \\ &= G \alpha 2 e I_C \frac{\alpha}{\alpha \alpha 1} \alpha f \alpha^{1/2} \end{aligned}$$

dove G è il guadagno del fotomoltiplicatore (corrente anodica fratto corrente catodica, [vedi sopra](#)) e αf è la 'banda passante' della nostra elettronica.

D'altra parte :

$$I_P = \alpha G I_C$$

dove I_C è la corrente al catodo, G è il guadagno, e α è il 'coefficiente di raccolta', che rappresenta il passaggio dall'ultimo dinodo all'anodo (ma non sono sicuro : non è il fattore di amplificazione del fotocatodo?...)

Allora, sempre trascurando la dark current, il rapporto segnale/rumore è :

$$\frac{S}{N} = \frac{I_P}{\alpha I_P} = \frac{\alpha G I_C}{G \alpha 2 e I_C \frac{\alpha}{\alpha \alpha 1} \alpha f \alpha^{1/2}} = \alpha \sqrt{\frac{I_C (\alpha \alpha 1)}{2 e \alpha \alpha f}}$$

In definitiva il rapporto segnale/rumore è

- proporzionale a $\sqrt{I_C}$
- inversamente proporzionale a $\sqrt{\alpha f}$.

Siccome tutte le altre cose sono delle costanti, si ha che

$$\frac{S}{N} = 2 \cdot 10^3 \sqrt{\frac{I_C}{\Delta f}}$$

con I_C misurato in μA , Δf misurato in MHz, e $\Delta = 6$.

Se non si trascura la dark current l'espressione del rapporto segnale rumore si modifica aggiungendo al denominatore un $2 I_D$:

$$\frac{S}{N} = \frac{\Delta G I_C}{G \sqrt{2 I_C \Delta f + 2 I_D \Delta f^{1/2}}}$$

Ricapitolando

$$\frac{S}{N} \propto \frac{\sqrt{I_C}}{\sqrt{\Delta f}}$$

Immaginiamo di produrre un impulso di luce (onda quadra).

La resistenza di carico è la resistenza tra l'anodo e la massa; la tensione dell'anodo si misura 'ai capi' di questa resistenza.

Supponiamo che la resistenza di carico è di 20 K Ω .

Se consideriamo il circuito equivalente, che è un RC (dove R è la resistenza di carico), modificando la resistenza di carico si modifica la banda passante Δf .

Il prof mostra delle figure di tracce di oscilloscopio del segnale di 'risposta' all'onda quadra (impulso quadrato).

Per modificare il rapporto segnale/rumore si deve cambiare o I_C o la bandwidth Δf .

Per cambiare I_C dobbiamo mandare un segnale luminoso più intenso.

Invece, per cambiare Δf cambiamo la resistenza di carico. Ma così facendo cambia anche la tensione, cambiando il segnale.

[...] il prof fa delle valutazioni sulle figure [...]

Ricapitolando, per migliorare il segnale rumore, o si aumenta l'intensità della luce, o si diminuisce la banda passante dell'elettronica.

- Il fotomoltiplicatore usato per il Photon Counting (fotoconteggio)

Immaginiamo di mandare un segnale luminoso sul FM.

Abbiamo un segnale del tipo di quello visto prima : una certaintensità, con una certa

indeterminazione. Si parla di segnale *analogico*.

Adesso immaginare di diminuire man mano l'intensità della luce incidente, fino a mandare singoli fotoni.

A quel punto sull'oscilloscopio, anziché avere un segnale 'analogico' dell'intensità luminosa, abbiamo degli spike.

Bisogna però tenere presente che da un lato, non è detto con certezza che ogni fotone che arriva produce sicuramente uno spike, e d'altra parte in condizioni normali è sempre presente la dark current, che produce degli spike spurî.

Poniamoci il problema dell'intensità degli spike.

Poiché il processo di fotomoltiplicazione è intrinsecamente un pò casuale (l'effetto fotoelettrico è un effetto quantistico), ogni fotone produce un numero non precisato di fotoelettroni, di dinodo in dinodo. Dunque gli spike hanno intensità diverse tra loro. Tutto quello che possiamo fare è contarli, indipendentemente dalla loro intensità, e studiarne la statistica.

L'efficienza del fotomoltiplicatore usato come photon counter è definita come il rapporto tra il numero di fotoni incidenti e il numero di spike rilevati :

$$\text{counting efficiency} = \frac{\# \text{ impulsi contati}}{\# \text{ fotoni incidenti}}$$

Studiamo (brevi cenni) questa efficienza.

Quando su un dinodo arriva un elettrone, il numero di elettroni secondari emessi segue la statistica di Poisson :

$$P_{\square}(n) = e^{-\square} \frac{\square^n}{n!}$$

il cui valore medio è il fattore di emissione secondaria \square , che abbiamo visto dipendere dalla tensione, ma che per tensioni 'ragionevoli' intorno al centinaio di volt vale $2 \div 5$.

Comunque si tratta di un valore medio, quindi il numero di elettroni, anche se con probabilità che diminuiscono, può essere diverso.

Se questa è la statistica chiediamoci, considerando il generico dinodo *i*-esimo, se arrivano k_i elettroni, che probabilità c'è che ne riemergono k_j :

$$P_i(k_i, k_j) = \sum_{n_1+n_2+\dots+n_{k_i} = k_j} P_{\square_i}(n_1) P_{\square_i}(n_2) \dots P_{\square_i}(n_{k_i})$$

dove si suppone che dal dinodo m-esimo partono n_m elettroni. Cioè facciamo la somma su tutti i casi possibili che portano a quel numero di fotoelettroni in ingresso per il dinodo in questione.

Per semplicità consideriamo una situazione limite con due soli dinodi, e in particolare prendiamo il primo e il secondo dinodo del fotomoltiplicatore. In questo caso semplice si ha :

$$P(k_2) = \sum_{k_1=0} P_1(1, k_1) P_2(1, k_2)$$

dove k_1 sono gli elettroni emessi dal primo dinodo, che arrivano sul secondo, e k_2 sono gli elettroni che arrivano sul secondo dinodo.

La somma è estesa fino all'∞, ma questo è solo formale, perché k_1 è anche lui regolato da una statistica, e c'è probabilità trascurabile che questo numero sia maggiore di un certo valore.

La probabilità che vengano emessi k_1 elettroni dal primo dinodo, in seguito all'arrivo di un singolo fotoelettrone è poissoniana :

$$P_1(1, k_1) = \frac{e^{-\mu_1} \mu_1^{k_1}}{k_1 !}$$

dunque la probabilità che dal secondo dinodo emergano k_2 elettroni a seguito dell'arrivo di k_1 elettroni dal dinodo 1 è :

$$P_2(k_1, k_2) = \sum_{n_1+n_2+\dots+n_{k_1} = k_2} P_{\square_2}(n_1) P_{\square_2}(n_2) \dots P_{\square_2}(n_{k_1})$$

$$= \sum_{n_1+n_2+\dots+n_{k_1} = k_2} \frac{e^{-\mu_2} \mu_2^{n_1}}{n_1 !} \dots \frac{e^{-\mu_2} \mu_2^{n_{k_1}}}{n_{k_1} !}$$

[...]

In definitiva il valore medio di questa distribuzione (che continua ad essere di tipo poissoniano) è :

$$\langle k \rangle = \mu_1 \mu_2 \dots \mu^2$$

dove abbiamo usato il fatto che i fattori di emissione secondaria spesso si suppongono eguali.

Invece la larghezza della distribuzione è

$$\frac{\langle k^2 \rangle - \langle k \rangle^2}{\langle k \rangle^2} = \frac{1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_1 \mu_2} - \frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu^2}$$

dove abbiamo fatto la stessa approssimazione.

Ma essendo le μ dei numeri piccoli, il termine $1/\mu^2$ è trascurabile (lo possiamo vedere come un termine di ordine superiore).

Dunque la larghezza la possiamo approssimare con $1/\mu$.

Quindi continua ad essere una distribuzione di Poisson, con una larghezza di $1/\mu$ (normalizzata).

Reiterando per una catena di N dinodi si ha che la distribuzione dei picchi continua ad avere valore medio pari a μ^N , e con varianza $1/\mu$ (più 'termini di ordine superiore' che trascuriamo).

Se disegniamo un istogramma della distribuzione dei fotoelettroni abbiamo una cosa che segue abbastanza questa distribuzione 'teorica', ma non va a zero, a causa della dark current, che c'è in tutti gli apparati 'concreti'.

- l'elettronica dell'esperimento

fotomoltiplicatore

preamplificatore

amplificatore

discriminatore (che elimina gli spike troppo alti o troppo bassi (rumore)

pulse shaper

contatore

(sono catene di elettronica piuttosto standard)

Sul libro della Hamamatsu (credo) c'è un ultimo capitolo sulle applicazioni dei fotomoltiplicatori, che parla anche di 'usi esotici'.

Ad esempio la tomografia PET (Positron Emission Tomography). Si marcano i tessuti con un radionuclide (ossigeno 15, ottenuto dall'azoto 14, bombardandolo con protoni).

Altra applicazione 'esotica': NO_x analyzer (dove NO_x sono i due prodotti della combustione: NO e NO_2). Si produce dell'ozono, questo reagisce con l' NO_x , e la reazione provoca un fotone (chemiluminescenza). Dunque con dei fotomoltiplicatori si possono rivelare questi fotoni, e dunque rivelare indirettamente le polveri in questione.

LIDAR

un impulso di un ns è lungo una trentina di cm.

Questo impulso, se incontra qualcosa in aria, 'scattera', in tutte le direzioni, e dunque anche all'indietro.

Per rivelare questo raggio laser scatterato all'indietro si usa un telescopio, nel cui fuoco si mette un fotorivelatore.

Se si manda il laser con frequenza uguale alla frequenza di Bohr di una transizione tipica di una certa sostanza che si vuole rivelare, si può rivelare la radiazione di ritorno, che dopo la rivelazione viene scatterata all'indietro.

• Rivelatori fotoconduttivi

Nei rivelatori fotoconduttivi la rivelazione di fotoni avviene mutando le proprietà di conduzione di un materiale (tipicamente un semiconduttore).

Introduzione :

La conducibilità σ di un semiconduttore dipende dalla concentrazione degli elettroni e delle lacune nel seguente modo :

$$\sigma = e (n_- \mu_- + n_+ \mu_+)$$

dove le n_- e n_+ sono le concentrazioni di elettroni e lacune e μ_- e μ_+ sono le rispettive mobilità.

Consideriamo un semiconduttore non drogato : c'è la banda di valenza, la gap, e la banda di conduzione.

Se arriva un fotone, con energia sufficiente a superare la gap, possiamo produrre una carica in più in entrambe le bande (una lacuna e un elettrone).

Supponiamo che in questo semiconduttore circolava già una corrente.

L'aumento di un'unità delle concentrazioni farà variare la conducibilità :

$$\sigma = e [(n_- + 1) \mu_- + (n_+ + 1) \mu_+]$$

Sappiamo che l'aumento di elettroni e l'aumento di lacune hanno un effetto diverso sulla conducibilità, a causa della diversa mobilità. In particolare la mobilità degli elettroni è più grande, e dunque conta di più l'aumento di elettroni.

Dunque riveliamo l'assorbimento del fotone in base alla variazione di conducibilità (e/o di corrente).

A prima vista potremmo pensare che non cambia granché rispetto al fotomoltiplicatore, in quanto le energie di gap sono paragonabili ai lavori di estrazione.

Ad esempio l'energia della gap del silicio è 1.12 eV, e quella del germanio è 0.67 eV. Facendo le conversioni (serve la costante di Plank e la velocità della luce) si ottengono le corrispondenti lunghezze d'onda :

In un certo senso possiamo dire che questo fenomeno è assimilabile all'effetto fotoelettrico. Lo potremmo definire un 'effetto fotoelettrico interno'.

Ma la situazione cambia molto se anziché un semiconduttore intrinseco consideriamo un semiconduttore drogato.

Infine, vedremo che ancora migliore è l'uso di giunzioni.

-vediamo nel dettaglio-

Mandiamo della radiazione su un materiale semiconduttore, sul quale siano stati realizzati dei contatti per metterlo all'interno di un circuito.

Ricordiamo che per silicio e germanio (i due materiali semiconduttori intrinseci più noti) le energie della gap sono rispettivamente 1.12 eV e 0.67 eV. Convertendo in lunghezza d'onda si ha che un fotone incidente deve avere una lunghezza d'onda rispettivamente minore di 1.13 μm e 0.72 μm per permettere ad un elettrone di superare la gap e passare in banda di conduzione.

Per fare questa conversione serve la costante di Plank e la velocità della luce, ma si può usare questa utile formuletta :

$$\lambda_{\text{c.off}} = \frac{1.24}{E_g} [\mu\text{m}].$$

Questa lunghezza d'onda si chiama 'di cut-off' (soglia), perché al di sopra di essa i fotoni non vengono 'visti'.

Cominciamo dunque a considerare i semiconduttori intrinseci.

Alla temperatura dello zero assoluto la distribuzione di energia è rigorosamente 'a gradino' : c'è probabilità 1 che l'elettrone abbia energia minore dell'energia di Fermi, che sta a metà della gap, e probabilità zero che stia al di sopra. Dunque tutti gli elettroni stanno in banda di valenza.

Se si innalza la temperatura compaiono delle code : la probabilità di avere energia anche pari a quella della banda di conduzione non è più trascurabile (vedi figura pag 99).

La funzione di distribuzione degli elettroni in energia, cioè il numero di elettroni con energia compresa tra E e $E + dE$ è :

$$dn = N(E) f(E) dE$$

dove $N(E)$ è la densità di stati in funz. dell'energia e $f(E)$ è la distribuzione di Fermi Dirac (probabilità che uno stato con una certa energia sia occupato) :

$$N(E) = \sqrt{E - E_C}^{1/2}$$

$$f(E) = \frac{1}{1 + e^{\frac{E - E_F}{K T}}}$$

In particolare, le densità degli elettroni e delle lacune dipende dalla temperatura, dall'energia di conduzione (di valenza) e dall'energia di Fermi secondo le relazioni :

$$n_{\square} = N_C e^{\frac{E_C - E_F}{K T}}$$

$$n_+ = N_V e^{\frac{E_F - E_V}{K T}}$$

dove a loro volta le costanti N_C e N_V dipendono dalla temperatura e dalle masse efficaci degli elettroni e delle lacune nel modo seguente :

$$N_C = 2 \left(\frac{2 \pi m_{\square} K T}{h^2} \right)^{3/2} e^{3/2}$$

$$N_V = 2 \left(\frac{2 \pi m_+ K T}{h^2} \right)^{3/2} e^{3/2}.$$

Comunque la questione non finisce qui.

Se mandiamo dei fotoni su questo semiconduttore, cambiano le concentrazioni dei portatori, ma questo non necessariamente corrisponde ad una variazione di corrente.

Infatti i portatori creati, prima di arrivare agli elettrodi e quindi contribuire alla corrente, possono ricombinarsi!

Alla fine, la corrente che si rivela è data da (o 'è proporzionale a' ?) la potenza ottica assorbita dal semiconduttore, per la carica del singolo elettrone, per il rapporto tra due tempi : il tempo di vita medio del portatore (tempo di ricombinazione) fratto il tempo di transito medio attraverso il semiconduttore :

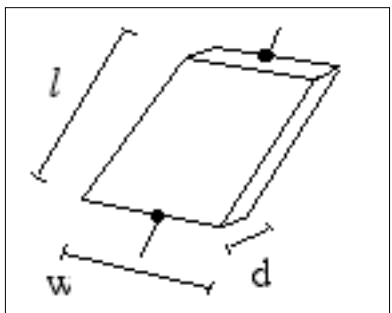
$$i = e P_t \frac{q}{T_t}$$

a sua volta il tempo di transito medio è ottenuto come rapporto tra la lunghezza del semiconduttore (distanza tra i contatti ohmici) e la velocità di drift :

$$T_t = \frac{l}{v_d}$$

* la corrente

Cerchiamo adesso di derivare questa espressione della corrente ('per altra via?'). Stabiliamo che le dimensioni del semiconduttore sono nominate come segue :



La resistenza del materiale, in assenza di radiazione, oltre a essere pari al rapporto tra tensione e corrente :

$$R = \frac{V}{I}$$

la possiamo scrivere anche in termini di resistività e delle dimensioni del 'pezzo di semiconduttore' :

$$R = \rho \frac{l}{A}$$

dove l è la lunghezza del semiconduttore (distanza tra i contatti) e A è l'area della sezione trasversa. Usando la conducibilità (termica) al posto delle resistività :

$$R = \frac{l}{\sigma_{th} w d}$$

Se 'accendiamo' la radiazione, alla conducibilità termica dobbiamo aggiungere quella dovuta ai fotoni :

$$\sigma = \sigma_{th} + \sigma_{ph}$$

Concentriamoci su questo termine di conducibilità dovuta ai fotoni (cioè studiamo la variazione di corrente introdotta dai fotoni).

La densità di corrente è data da :

$$J_x = q n \langle v_x \rangle$$

dove q è la carica dell'elettrone o della lacuna.

Il pedice x significa che abbiamo messo un riferimento x lungo la dimensione l del semiconduttore (direzione elettrodo-elettrodo).

q è la carica dell'elettrone, n è la densità di elettroni, e $\langle v_x \rangle$ è la velocità di drift media lungo x .

Ma d'altra parte la densità di corrente la possiamo scrivere come una corrente fratto l'area della sezione trasversale :

$$J_x = \frac{I}{w d}$$

a sua volta la corrente la possiamo scrivere usando la legge di Ohm :

$$J_x = \frac{V}{R w d}$$

e poi possiamo scrivere la tensione V in funzione del campo e della distanza tra i punti ai capi dei quali è definita la ddp :

$$E_x = \frac{V}{l}$$

da cui

$$J_x = \frac{l}{R w d} E_x$$

A questo punto utilizziamo la definizione di conducibilità, che per definizione appunto, è la costante di proporzionalità tra il campo elettrico e la densità di corrente :

$$\sigma = \frac{J_x}{E_x}$$

e, andando a sostituire l'espressione della densità di corrente scritta all'inizio, si ha :

$$j_x = \frac{q n \langle v_x \rangle}{E_x}$$

((?)io non capisco allora perché si è scritto la densità di corrente in funzione del campo, se poi non usa quella relazione...)

$$j_x = q n \mu$$

dove abbiamo definito la mobilità del portatore di carica :

$$\mu \equiv \frac{\langle v_x \rangle}{E_x}$$

Fin qui abbiamo considerato un unico tipo di portatore di carica. Se esplicitiamo il fatto che ci sono due tipi di portatori possiamo scrivere una densità di corrente esplicita :

$$j_x = (n \mu^- + p \mu^+) q E_x$$

dove n e p sono le densità dei portatori e le μ sono le mobilità.

Quindi anche la conducibilità si può scrivere esplicitando i parametri dei due tipi di portatori.

D'altra parte sappiamo che (almeno nei semiconduttori intrinseci) la mobilità degli elettroni è (molto) più alta di quella delle lacune, e dunque lo stesso si può dire delle rispettive conducibilità.

Ora, il prof afferma che la conducibilità è proporzionale al tempo di ricombinazione (perché lo è la mobilità) :

$$\mu \propto \tau \quad \mu \propto \tau$$

Ma è noto che il tempo di ricombinazione decresce con la temperatura, dunque anche la mobilità e anche la conducibilità decresce al decrescere della temperatura.

Consideriamo adesso la conducibilità dovuta ai 'fotoelettroni' :

$$j_{ph} = q(\mu^- n + \mu^+ p)$$

dove al solito p e q sono le densità dei portatori e le μ sono le mobilità.

Vogliamo ottenere un'espressione della densità dei portatori n e p .
 Scriviamo dunque un'equazione di bilancio che tenga conto sia delle cariche prodotte per 'effetto fotoelettrico', sia delle cariche 'perse' per ricombinazione :

$$\frac{dN}{dt} = \eta \Phi - \frac{N}{\tau}$$

dove N è il numero totale di cariche prodotte per 'effetto fotoelettrico interno', η è un coefficiente che tiene conto dell'efficienza quantica del 'processo fotoemissivo' (effetto fotoelettrico) nonché dell'assorbimento dei fotoni, Φ rappresenta il flusso di fotoni (potenza ottica) e τ è il 'tempo di ricombinazione'.
 Vediamo che al secondo membro il primo termine esprime le cariche prodotte e il secondo termine le cariche 'perse' per ricombinazione.

Riguardo al secondo termine osserviamo che 'torna' : è direttamente proporzionale al numero totale di cariche (più cariche ci sono in totale più è alto il numero di quelle che si ricombinano) mentre è inversamente proporzionale al tempo di ricombinazione (più è lungo il tempo di ricombinazione meno cariche si ricombinano).

Se poniamo uguale a zero questa variazione nel tempo (derivata) otteniamo la condizione di stazionarietà, cioè la relazione che c'è tra queste varie grandezze quando il numero di cariche si mantiene costante (dopo un transiente, osserviamo che l'equazione è un'equazione differenziale del prim'ordine, ed è facile che l'andamento della soluzione sia esponenziale) :

$$\eta \Phi - \frac{N}{\tau} = 0$$

$$\frac{N}{\tau} = \eta \Phi$$

$$N = \eta \Phi \tau$$

Commentiamo questo risultato : il numero di cariche 'dovute all'effetto fotoelettrico' a regime è proporzionale alla potenza ottica incidente tramite il fattore di proporzionalità η che tiene conto dell'efficienza (globale) del processo; inoltre è anche direttamente proporzionale al tempo di ricombinazione, in modo da tenere conto del fenomeno della ricombinazione, che sottrae portatori di carica alla conduzione.

Per il coefficiente η si può dare la seguente espressione :

$$\rho = 1 - \rho e^{-\rho d}$$

dove d è lo spessore del semiconduttore.

Nota il numero di portatori a regime possiamo scrivere la densità di portatori, dividendo semplicemente per il volume :

$$n = \frac{N}{V} = \frac{\rho \rho \rho}{l w d}$$

Adesso possiamo sostituire quest'espressione della densità dei portatori nell'espressione della conducibilità :

$$\rho_{ph} = q \rho \frac{\rho \rho \rho}{l w d} + \rho^+ \frac{\rho \rho \rho}{l w d}$$

(siamo nell'ipotesi di semiconduttore intrinseco, per il quale vale $n = p$).

Passiamo dalla conducibilità alla resistenza :

$$R_{ph} = \frac{l}{\rho w d}$$

(la resistenza è inversamente proporzionale alla conducibilità e alla superficie della sezione trasversale e direttamente proporzionale alla lunghezza del conduttore). Sostituendo dunque la conducibilità :

$$R_{ph} = \frac{l}{q \rho n w d}$$

e, sostituendo l'espressione della densità di portatori trovata prima

$$R_{ph} = \frac{l^2 w d}{q \rho \rho \rho w d}$$

$$R_{ph} = \frac{l^2}{q \rho \rho \rho (\rho^+ + \rho^-)}$$

- Sensibilità

In realtà la resistenza ci interessa perché adesso possiamo calcolare la sensibilità.

Infatti la sensibilità è definita come il rapporto tra la 'fotocorrente' fratto la potenza ottica incidente :

$$S = \frac{I_{ph}}{P_{ph}}$$

e, esplicitando la corrente :

$$S = \frac{V}{R_{ph} P_{ph}}$$

Ora, possiamo esplicitare la potenza ottica incidente come prodotto del flusso di fotoni per l'energia del singolo fotone :

$$P_{ph} = \Phi h\nu$$

$$P_{ph} = \Phi h \frac{c}{\lambda}$$

e inoltre possiamo sostituire l'espressione della resistenza che abbiamo appena trovato, ottenendo per la sensibilità la seguente espressione :

$$S = \frac{V \mu q \rho \rho \rho (\mu^+ + \mu^-)}{l^2 \rho h c}$$

ora facciamo comparire il campo elettrico al posto della tensione ($\frac{V}{l} = E_x$) :

$$S = \frac{E_x \mu q \rho \rho \rho (\mu^+ + \mu^-)}{l \rho h c}$$

poi, decidiamo di trascurare la mobilità delle lacune μ^+ , perché molto minore di quella degli elettroni, ponendo $\mu \approx \mu^-$:

$$S = \frac{E_x \mu q \rho \rho \rho}{l h c}$$

$$S = q \frac{\rho \rho}{h c} \frac{\rho \rho E_x}{l}$$

Adesso definiamo la quantità

$$G \equiv \frac{q n E_x l}{h \nu}$$

che chiamiamo 'guadagno'.

Ciò posto la sensibilità si può scrivere :

$$S = q \frac{q n}{h \nu} G.$$

Se ci ricordiamo che per definizione la sensibilità è il rapporto tra fotocorrente prodotta e potenza ottica incidente : $S \equiv \frac{I_{ph}}{P_{ph}}$ e ricordiamo l'espressione della

potenza ottica : $P_{ph} = \frac{1}{2} h \nu \frac{c}{\lambda}$ possiamo tirare fuori un'espressione per la corrente :

$$\begin{aligned} I_{ph} &= S P_{ph} \\ &= q \frac{q n}{h \nu} G \frac{1}{2} h \nu \frac{c}{\lambda} \\ &= \frac{1}{2} q n G c. \end{aligned}$$

Da queste relazioni possiamo tirare fuori un significato fisico per G . Introduciamo la seguente quantità, chiamata 'tempo di transito' :

$$\begin{aligned} \tau_t &\equiv \frac{l}{\langle v_x \rangle} \\ \tau_t &= \frac{l}{\mu E_x} \end{aligned}$$

dove l è la distanza tra gli elettrodi e $\langle v_x \rangle$ è la velocità di drift, che si può scrivere come 'mobilità' per 'campo lungo x ' (ricordiamo che la definizione di mobilità è proprio $\mu \equiv \frac{\langle v_x \rangle}{E_x}$), e che si introduce la mobilità come costante di proporzionalità

tra conducibilità e 'carica in movimento' $q n$ (prodotto 'densità di carica' per 'carica del singolo portatore').

Alla luce di ciò G lo possiamo vedere come il rapporto tra il tempo di ricombinazione τ (tempo medio tra le collisioni) e questo tempo medio di transito τ_t :

$$G \equiv \frac{\tau_c E_x}{l}$$

$$G = \frac{\tau_c}{\tau_t}$$

Dunque G è il rapporto tra due tempi tipici del nostro sistema, e mantiene una certa analogia con il caso dei fotomoltiplicatori.

Nel caso dei fotomoltiplicatori il guadagno era il coefficiente di proporzionalità tra la corrente al catodo e la corrente all'anodo ([vedi](#)). Si può osservare poi che la corrente catodica dipende dall'efficienza quantica e dalla potenza ottica, e dunque l'espressione del guadagno del fotomoltiplicatore è in fondo abbastanza analoga. Il fatto è che nel caso dei semiconduttori questo parametro G (che credo si possa chiamare guadagno) vale purtroppo meno di 1, mentre per i fotomoltiplicatori abbiamo visto che i valori tipici del guadagno sono dell'ordine di $10^7 \div 10^8$.

Vedremo più avanti che anche con i semiconduttori si possono raggiungere guadagni di quest'ordine di grandezza.

Accenniamo che se applichiamo dei campi elettrici molto intensi, il fotoelettrone prodotto potrebbe lui stesso eccitare altri elettroni, facendoli a loro volta passare in banda di conduzione, con una sorta di 'effetto a valanga' (fotodiodo 'avalanche' o PID).

Il prof mostra una tabella con gli **ordini di grandezza** per i parametri dei materiali semiconduttori tipici : silicio, germanio, antimoniuro di indio, arseniuro di gallio.

I valori tipici del tempo di ricombinazione sono dell'ordine dei millisecondi.

Invece i valori delle mobilità sono di almeno un ordine di grandezza più grandi per gli elettroni che per le lacune, confermando che ai fini delle correnti contano molto di più gli elettroni che le lacune, anche se ne vengono prodotti in eguale quantità per ogni processo fotoelettrico.

Vediamo anche l'andamento del coefficiente di assorbimento dei materiali al variare dell'energia del fotone.

Questo andamento, come abbiamo detto, ha una soglia minima (l'energia del fotone deve superare la gap), che per il silicio è circa 1 eV e per il germanio è circa 0.5 eV.

Vediamo una tabella dell'andamento della resistenza in funzione della potenza ottica incidente (inversamente proporzionale).

La banda spettrale a cui sono sensibili questi fotorivelatori è dell'ordine del micron. Il prof parla dei semiconduttori 'MCT' (mercurio-cadmio-tellurio) cambiando la sechiometria si può cambiare l'energia della gap.

- Semiconduttori estrinseci (drogati)

(lez. 8, 1h 35' ≈)

Abbiamo visto che con i semiconduttori intrinseci possiamo arrivare a rivelare lunghezze d'onda dell'ordine di $7 \mu\text{m}$, cioè nel medio infrarosso.

Se si vuole arrivare a rivelare lunghezze d'onda maggiori, cioè fotoni con energia più piccola, bisogna ricorrere ai semiconduttori estrinseci, con i quali si può arrivare a rivelare lunghezze d'onda di $7 \div 100 \mu\text{m}$, che stanno quasi nel far infrared.

Il drogaggio, con elementi trivalenti o pentavalenti, fa sì che si creino dei livelli (livelli accettori o livelli donori) all'interno della banda di valenza. Questi stati hanno una 'distanza in energia' molto più piccola dalla banda di conduzione che non la banda di valenza stessa, e dunque elettroni che si trovano in questi stati possono essere eccitati in banda di conduzione da fotoni molto meno energetici.

Per due tipici materiali semiconduttori drogati, il rame-germanio, o l'oro-germanio, le lunghezze d'onda di cut-off è di 30 e 9 μm rispettivamente.

Questi tipi di fotorivelatori per avere un buon rapporto segnale rumore devono lavorare a basse temperature (azoto liquido) (dito freddo).

Non hanno alto guadagno, ma sono molto sensibili.

La sensibilità è molto alta, tanto da sentire la radiazione di corpo nero del corpo umano (raggi infrarossi).

- montaggio elettrico

Un semiconduttore montato in un circuito diventa una 'fotoresistenza', ovvero una resistenza dipendente dall'irraggiamento luminoso.

I valori di resistenza vanno da un valore minimo R_D (resistenza di dark, cioè in assenza di luce) ad un valore massimo R_I (resistenza 'illuminata')

[...] qui non capisco, perché parla di circuiti 1' 20"; scrivo il poco che ho capito : il segnale dipende dalla resistenza di carico. Facendo la derivata si trova il valore della resistenza di carico che dà luogo al segnale di valore massimo. Si scopre che questo valore ottimale è una media tra la resistenza di buio e la resistenza illuminata.

[...]

- motivazioni per abbandonare i fotorivelatori a semplice semiconduttore

La corrente che genera un «fotorivelatore a semiconduttore 'semplice'» è direttamente proporzionale alla potenza ottica incidente, tramite un fattore che è il guadagno (fattore di amplificazione) che abbiamo visto essere abbastanza piccolo, addirittura minore di 1.

Essenzialmente il guadagno è direttamente proporzionale al campo applicato (o alla

tensione) e inversamente proporzionale alla lunghezza tra i contatti ohmici.

Dunque le strade per aumentare il guadagno sono o aumentare la ddp applicata agli elettrodi oppure diminuire la distanza tra gli elettrodi.

Tuttavia all'aumento della tensione c'è un limite, costituito dalla 'tensione di break down' (tensione a cui c'è una 'rottura' del materiale) che per alcuni materiali è una tensione abbastanza piccola.

Allora possiamo pensare di ottenere piccole distanze tra gli elettrodi.

Ma così facendo riduciamo la resistenza elettrica. Questo provoca un aumento del rumore Johnson, che ricordiamo è inversamente proporzionale alla resistenza stessa ([vedi](#)).

- Fotodiodi

Per ottenere dei fotorivelatori a semiconduttore con elevati guadagni si passa ai fotodiodi, basati cioè non su un semplice campione di semiconduttore, ma su una *giunzione* ovvero due semiconduttori drogati in maniera 'opposta' e messi in contatto elettrico.

- cenni sulle giunzioni -

Cominciamo a considerare due campioni separati di materiale semiconduttore, drogati uno con una specie donorica e uno con una specie accettrice.

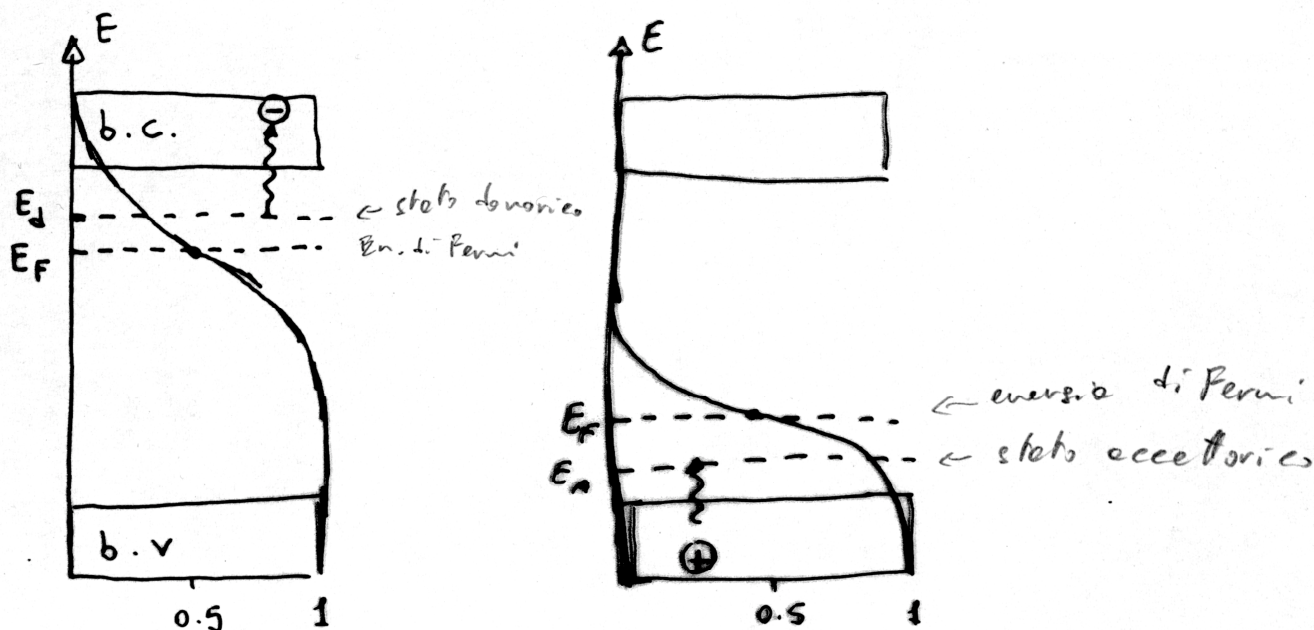
Specie donorica : donatore di elettroni, drogaggio di tipo n.

Specie accettrice : accettore di elettroni, drogaggio di tipo p.

In questo modo nel primo caso ci saranno più elettroni che lacune (e si chiamerà semiconduttore drogato di tipo n) e nell'altro ci saranno più lacune che elettroni (e si chiamerà semiconduttore drogato di tipo p).

Teniamo conto anche della distribuzione dei livelli energetici : in un semiconduttore drogato l'energia di Fermi non si trova più al centro della gap, ma rispettivamente :

più vicino alla banda di conduzione (cioè più in alto) per il semiconduttore di tipo n e più vicino alla banda di valenza (cioè più in basso in energia) nel caso del semiconduttore tipo p :



“per ricordare”, pensare che nel caso di impurezze accettriche, queste ‘acchiappano’ elettroni, e dunque i livelli si spopolano di elettroni, e il livello di Fermi (max energia raggiunta dagli e⁻) scende.

Quando si mettono in contatto elettrico questi due tipi di semiconduttore (realizzando la *giunzione*) per il fenomeno della *diffusione* i portatori ‘maggioritari’ di ogni zona tendono a migrare dall’altro lato, dove sono minoritari. Questo fenomeno non può andare avanti indefinitamente, e infatti si ferma quando l’accumulo di portatori ‘migrati’ crea una barriera di potenziale sufficiente ad impedire la migrazione di ulteriori portatori.

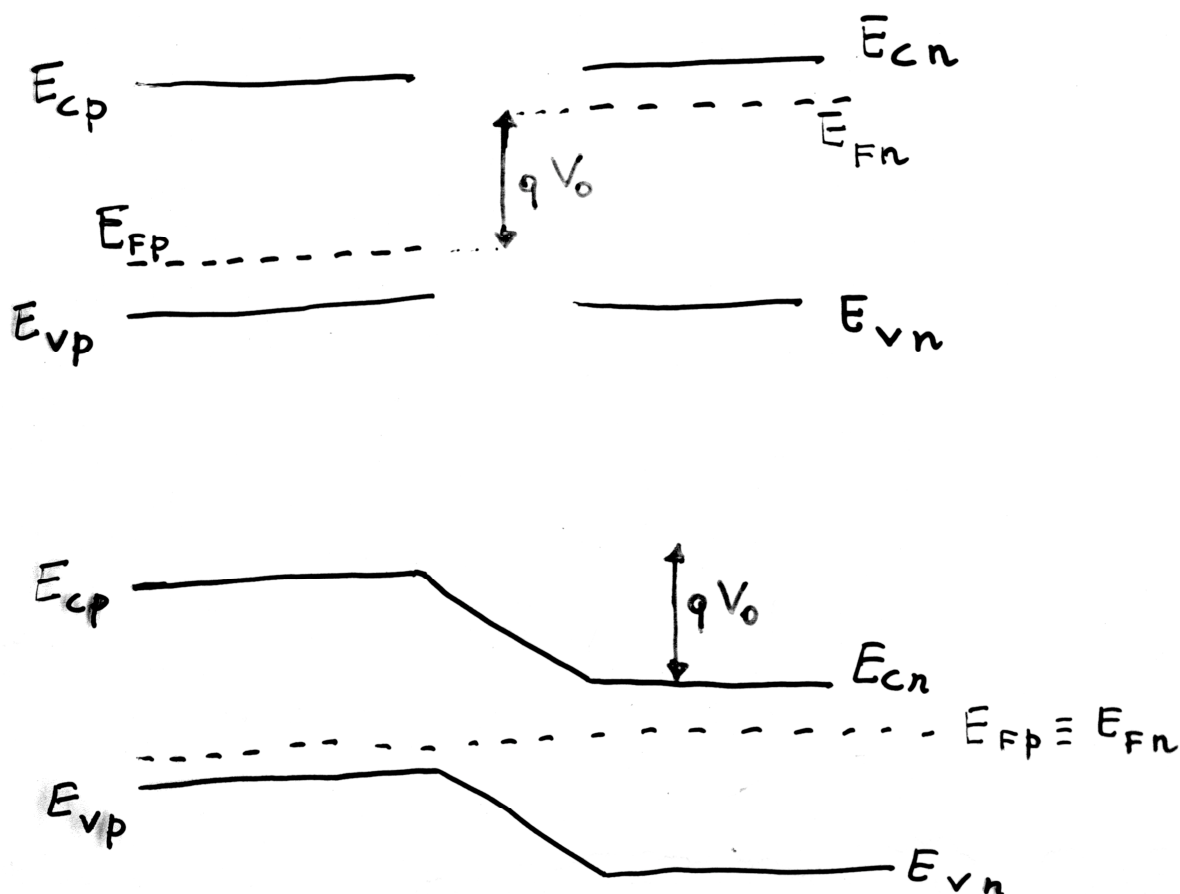
Dal punto di vista dei livelli energetici, quando si realizza la giunzione la diffusione di portatori (ridistribuzione) fa sì che il livello di Fermi di entrambi i tipi di semiconduttore diventi lo stesso.

Il motivo profondo di questo fatto non l’ho ancora afferrato bene.

Comunque uno spunto l’ho trovato sul Silvestrini, dove dice che la cosa è simile all’effetto Volta. L’energia di Fermi è il livello energetico massimo occupato da elettroni (in realtà è l’energia in corrispondenza della quale c’è una probabilità pari a 0.5 di trovare un elettrone).

Quando si realizza la giunzione dunque, essendo i livelli di Fermi diversi, si hanno elettroni più energetici da una parte, e livelli energetici ‘vuoti’ di energia minore dall’altra; dunque gli elettroni migrano, per occupare questi stati ad energia minore, e questo succede fino a quando la disparità è appianata, ottenendo dunque un’eguale energia di Fermi da ambo le parti.

Tuttavia, lo spostamento del livello di Fermi non modifica le distanze tra le diverse energie all’interno delle due diverse parti di semiconduttore; dunque l’effetto è una sorta di ‘traslazione rigida’ di tutto lo schema energetico (bande, gap, etc) fino a far coincidere le energie di Fermi :



Un parametro importante della giunzione è la dimensione della regione che si crea a cavallo della superficie di separazione dove si accumulano i ‘portatori migrati’, creando la barriera di potenziale (si chiama *regione di svuotamento* perché questi portatori migrati si ricombinano con quelli dell’altro tipo che ‘trovano sul posto’, e dunque in questa regione non ci sono portatori di carica a disposizione per creare corrente).

La larghezza della regione di svuotamento, che chiamiamo w , è la somma delle ‘profondità di penetrazione’ dei due tipi di ‘portatori migrati’.

$$w = l_p + l_n$$

Un’espressione di questo spessore della regione di svuotamento si ottiene studiando le proprietà cinetiche dei portatori (moto diffusivo), ed è :

$$w = \sqrt{\frac{2 \epsilon N_A (V_0 + V_B)}{q N_D (N_A + N_D)}}$$

dove N_A e N_D sono rispettivamente i valori delle concentrazioni di specie accettriche e donoriche (grado di impurezza), e (soprattutto) V_0 è la tensione legata alla differenza in energia tra le due energie di Fermi delle due diverse zone della giunzione ‘prima che si unissero’. Più precisamente tale differenza di energia è

data da $q V_0$, dove q è la carica dei portatori.

Poiché abbiamo detto che dopo la realizzazione della giunzione le due energie di Fermi si portano allo stesso livello, traslando rigidamente tutta la struttura delle bande, quest'energia è anche la differenza di energia tra le due bande di conduzione delle due zone della giunzione (che prima si trovavano alla stessa energia, essendo il materiale (metallo) lo stesso, a parte il dorgaggio).

* polarizzazione della giunzione

V_B che compare nell'espressione di w è la *tensione di bias*, una tensione che si applica dall'esterno alla giunzione.

Questa polarizzazione può essere *diretta* o *inversa*.

La polarizzazione è diretta quando si mette a tensione positiva la regione p e a tensione negativa la regione n.

In questo caso nella regione p vengono 'iniettati' degli elettroni che si ricombinano con le lacune, e analogamente nella regione n vengono sottratti elettroni.

L'effetto globale è che la polarizzazione diretta restringe la regione di svuotamento.

Viceversa una polarizzazione inversa allarga la regione di svuotamento.

Infine, legata allo spessore della regione di svuotamento è la *capacità* della giunzione.

In particolare la capacità della giunzione è inversamente proporzionale a w (e direttamente proporzionale all'area trasversale della giunzione A (superficie di contatto) :

$$C = \epsilon \frac{A}{w}.$$

La capacità della giunzione è molto importante ai fini dei tempi di risposta del fotodiode. Ovviamente i tempi di risposta sono legati alla capacità complessiva, e dunque anche alle capacità dei vari altri componenti che si trovano nel circuito elettrico dell'apparato di rivelazione. Dunque questa capacità della giunzione può essere vista come un limite inferiore, essendo intrinseca al rivelatore e dunque non 'eliminabile' (ma migliorabile).

Per diminuire la capacità si può dunque aumentare lo spessore w , e questo lo si può fare polarizzando inversamente il diodo.

Comunque questi sono cenni, che poi vedremo in seguito nel dettaglio.

La cosa importante da dire ora è che quando il diodo è polarizzato inversamente si accentua la cosiddetta 'barriera di potenziale', che i portatori di carica (maggioritari) devono superare per poter condurre corrente ([vedi](#)).

In pratica in polarizzazione inversa il diodo è visto dal circuito come una resistenza, e anche di valore alto.

Ora, se ritorniamo alle considerazioni che abbiamo fatto a proposito dello scarso guadagno dei fotorivelatori a semiconduttore semplice ([vedi](#)), ci ricordiamo che un modo per aumentare il guadagno era quello di diminuire la distanza tra gli elettrodi, ma questo doveva avvenire mantenendo comunque alta la resistenza elettrica, in modo da non far crescere a livelli inaccettabili il rumore Johnson, che infatti è inversamente proporzionale alla resistenza.

Ora consideriamo l'effetto dell'irraggiamento.

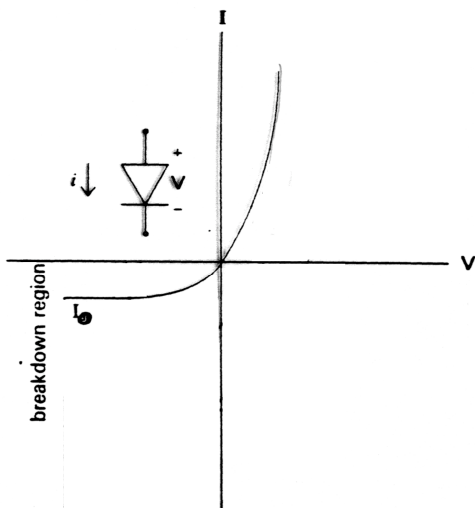
Se arriva un fotone con energia maggiore della gap e colpisce un elettrone nella regione p (dunque si tratta di un portatore minoritario), questi può arrivare in banda di conduzione. A quel punto, per lui che è un portatore minoritario, la 'barriera di potenziale' provocata dalla polarizzazione inversa è in realtà uno 'scivolo', che favorisce, invece di impedire, il superamento della giunzione. Dunque questo fotoelettrone va a finire nel circuito alimentato dalla tensione di bias che è messa 'in polarizzazione inversa'.

Osserviamo che, a differenza del fotorivelatore a semiconduttore semplice, non è rilevante il fenomeno della ricombinazione (soprattutto se la generazione del fotoelettrone avviene in prossimità della giunzione).

Il numero di fotoelettroni prodotti (che effettivamente contribuiscono alla corrente, cioè che escono dal semiconduttore e passano nel circuito esterno) è proporzionale al flusso di fotoni, all'efficienza quantica (probabilità che colpendo un elettrone il fotone riesca effettivamente a farlo passare in banda di conduzione), e al guadagno G , che è praticamente pari a 1.

Dunque otteniamo una buona conduzione per i fotoelettroni, e allo stesso tempo un'alta resistenza elettrica.

Studiamo la 'caratteristica voltamperometrica' del diodo, cioè l'andamento della corrente in funzione della 'tensione di bias' (tensione esterna), cominciando a considerare il caso 'senza radiazione' :



L'espressione della corrente è data da :

$$I = I_0 \left[e^{\frac{v}{\eta V_T}} - 1 \right]$$

dove :

V è il potenziale applicato al diodo (tensione di bias)

$V_T = \frac{e}{K T}$ è un 'equivalente in volt della temperatura'

η vale circa 1 per il germanio e circa 2 per il silicio (e cos'è? l'efficienza quantica?)

I_0 è la la corrente inversa di saturazione (la piccola corrente che si ha in polarizzazione inversa ad opera dei portatori minoritari) :

$$I_0 = C T^2 e^{-\frac{V_0}{K T}}$$

ed è proporzionale al quadrato della concentrazione di portatori minoritari ($I_0 \propto n_i^2$).

Questa è la piccola corrente che comunque si ha in polarizzazione inversa, condotta dai portatori minoritari.

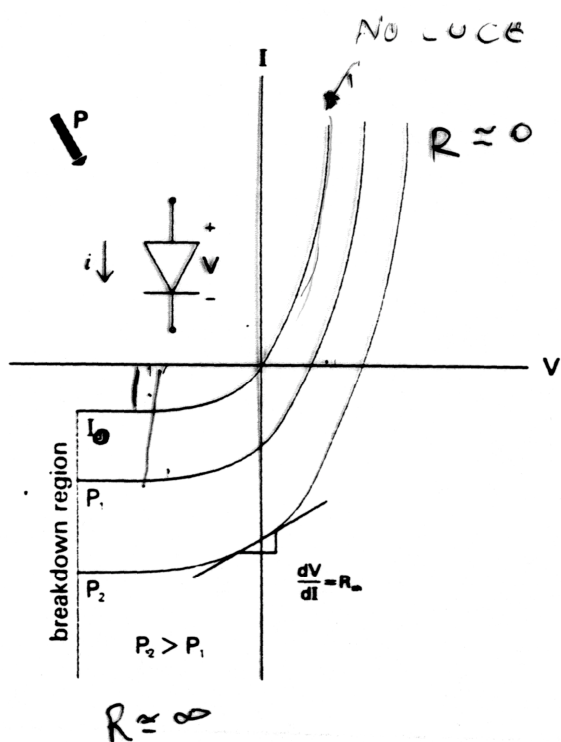
Ora consideriamo l'irraggiamento della radiazione da misurare.

Le coppie elettrone-lacuna create dall'irraggiamento incrementano la corrente dei portatori minoritari, e dunque la fotocorrente è dello stesso segno di quella dovuta alla tensione di bias :

$$I = I_0 e^{\frac{V}{V_T}} + I_{ph}$$

Aggiunta mia : credo che il motivo per cui la fotocorrente è dovuta ai portatori minoritari è che questi non sono ostacolati dalla barriera di potenziale. Voglio dire che in linea di principio i fotoni creano sia portatori maggioritari che minoritari (cioè hanno lo stesso effetto in entrambe le regioni), ma i portatori maggioritari sono ostacolati dalla barriera di potenziale, mentre quelli minoritari no. Dunque la fotocorrente 'netta' è nel verso dei portatori minoritari, che la giunzione la vedono come uno 'scivolo' e non come una barriera. A rigore questa corrente 'netta' è il risultato di una corrente di portatori minoritari meno una piccola corrente di portatori maggioritari.

Dunque, se facciamo riferimento alla curva della 'caratteristica voltamperometrica' del diodo nel caso 'senza irraggiamento', quando facciamo incidere della radiazione la curva 'trasla verso il basso' (ricordiamo che l'asse delle ordinate è l'asse della corrente) :



Questo ci fa capire che è più comodo usare il fotodiodo come fotorivelatore nella regione a polarizzazione inversa. Infatti in tale regione l'andamento della curva è abbastanza costante rispetto alla tensione. Dunque la differenza in corrente dovuta ai fotoelettroni, che è poi il segnale che andiamo a leggere, è abbastanza indipendente dalle fluttuazioni della tensione 'di alimentazione' del fotodiodo (tensione di bias). Inoltre abbiamo visto che in polarizzazione inversa il fotodiodo presenta un'alta

impedenza, e questo ci fa comodo per il rumore Johnson.

Tuttavia c'è un'altra possibilità, detta '**configurazione fotovoltaica**'.

Si tratta di usare il fotodiode 'così com'è', senza applicare tensione.

°In questo modo si hanno due possibilità.

a) (configurazione fotoconduttiva) tenendo cortocircuitato il diodo si può leggere la *corrente fotovoltaica*.

Questo significa guardare la caratteristica voltamperometrica 'lungo l'asse delle ordinate' (tensione nulla). Vediamo che c'è l'abbassamento della curva, cioè la comparsa di una fotocorrente, direttamente proporzionale alla potenza ottica incidente.

b) (configurazione fotovoltaica) tenendo il circuito aperto, in modo che la corrente sia nulla, si può misurare la *tensione a circuito aperto*, che corrisponde a prendere il punto della caratteristica voltamperometrica sull'asse delle ascisse (corrente nulla) (vedi figura a pag 122).

Per trovare un'espressione della tensione a circuito aperto basta imporre l'annullarsi dell'espressione della corrente trovata prima :

$$I = I_0 \left[e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right] - I_{ph} = 0$$

$$e^{\frac{V}{V_T}} - 1 = \frac{I_{ph}}{I_0}$$

$$\frac{V}{V_T} = \ln \left[1 + \frac{I_{ph}}{I_0} \right]$$

Osserviamo che la dipendenza dalla corrente diventa logaritmica, e non più lineare. I valori tipici della variazione di tensione e di corrente che si possono ottenere sono per il silicio $V \approx 0.55 \text{ V}$; $I \approx 40 \text{ mA/cm}^2$; e per l'arseniuro di gallio $V \approx 1 \text{ V}$; $I \approx 20 \text{ mA/cm}^2$.

Tornando al caso in cui il diodo è alimentato (**configurazione fotoconduttiva**) a pagina 121 c'è la figura del circuito equivalente del diodo in tale configurazione.

Il segnale in tensione è proporzionale alla potenza ottica incidente.

I valori tipici delle varie grandezze sono :

$$R_p \approx 50 \text{ M}\Omega \quad (\text{resistenza di shunt, elevata})$$

- rivelatori -

$R_s \approx 100 \ \Omega$ (resistenza dovuta ai contatti, piccola)

$C \approx 10 \text{ pF}$ (capacità della giunzione).

La frequenza di taglio (frequenza massima, banda passante) dovuta ai vari 'circuiti RC' che si vengono a creare, è di alcune centinaia di MegaHertz, il che significa che i tempi di risposta tipici sono dell'ordine delle decine di nanosecondi.

Vediamo che sono abbastanza veloci, molto di più dei bolometri.
Riassumendo

30' circa, il fotodiode in configurazione fotovoltaica
31' divaga sulle celle fotovoltaiche, fino circa a 34' 24"

Cosideriamo le due configurazioni di corto circuito e di circuito aperto. Si tratta di casi limite.

In entrambi i casi non riusciamo a 'tirare fuori una potenza'. Infatti la potenza è $P = I V$, e nei due casi una volta è nulla la corrente (circuito aperto) e una volta è nulla la tensione (corto circuito).

Ma appunto si tratta di casi limite.

Allora si pone il problema di trovare un 'punto di lavoro', cioè una resistenza, che non sia nè nulla e nè infinita, e che 'estragga la massima potenza'.

Ci viene in mente di trovare le condizioni per una potenza massima poiché la potenza è nulla sia per resistenza nulla che per resistenza infinita, e dunque ci deve essere un massimo.

La resistenza 'ottimale' si trova, ed è dell'ordine di alcuni $k\Omega$. Quindi per un fotodiode le potenze massime in gioco sono dell'ordine di decine di μW .

Per queste considerazioni guardare le figure a pagina 123.

Poi il prof mostra una tabella e un grafico delle varie famiglie di fotodiodi, con le regioni dello spettro che riescono a rivelare (visibile e vicino infrarosso) e le diverse efficienze (detectivity).

Per il lontano infrarosso si possono usare solo i bolometri e le celle di Golay.

- Il rumore per i fotodiodi

I rumori del fotodiode sono un pò gli stessi che si hanno negli altri rivelatori, e che abbiamo già visto in precedenza : lo shot noise (il rumore 'quantistico' legato ai fotoni stessi, [vedi](#)), il rumore Johnson ([vedi](#)) il rumore Flicker (o 'rumore 1/f') ([vedi](#)), etc.

Il prof mostra un grafico dell'andamento del rumore in funzione della frequenza (vedi figura pag 126).

Si vede che per basse frequenze (minori di 10^2 , ma non so l'unità di misura) domina il rumore 1/f, mentre a frequenze più elevate si raggiunge un minimo,

rappresentato dallo shot noise.

39' 20" : comincia a divagare sui diodi laser

49' 00": riprende la lezione : i rumori

(lez 9, 48' 30")

nella figura a pagina 127 (scritte in basso) ci sono degli ordini di grandezza.

Per un fotodiodo che lavora con una banda passante di 100 KHz. Per il rumore Johnson (rumore termico) (la corrente va come $1/R$, quindi la tensione va come \sqrt{R}) e il rumore di shott noise.

Dunque con queste formule (vedi pag 127) si può stimare l'ordine di grandezza dei vari rumori in funzione della potenza ottica applicata.

(mica ho capito...! ascolta audio...)

- efficienza quantica del fotodiodo

Per definizione l'efficienza quantica è il rapporto tra il numero di cariche prodotte e il numero di fotoni assorbiti.

L'efficienza quantica di un fotodiodo è $\eta \approx 1$.

Con diodi 'particolari' si può ottenere un'efficienza più grande.

Si tratta dei cosiddetti diodi 'avalanche', a cui abbiamo già accennato, in cui la tensione applicata è tale che gli elettroni provocano essi stessi l'eccitazione di altri elettroni, in un effetto 'a valanga'.

- sensibilità del fotodiodo

(lez 9; 48' \approx)

La sensibilità è per definizione il rapporto tra la corrente prodotta e la potenza ottica assorbita :

$$R = \frac{n_e e}{n_{ph} h \nu}$$

dove n_e è il numero di fotoelettroni generati e n_{ph} è il numero di fotoni incidenti.

Sviluppando :

$$R = \frac{e}{h \nu} \eta \frac{n_e}{n_{ph}}$$

$$R = \frac{e}{h \nu} \eta \eta_{ph}$$

dove η è l'efficienza quantica.

Dunque la sensibilità varia linearmente con la lunghezza d'onda!

Un'altra figura, a pag 128, illustra come la fotocorrente prodotta dipenda crucialmente dalla distanza dalla giunzione del punto in cui arriva il fotone. Infatti se il fotoelettrone è creato lontano dalla giunzione è grande la probabilità che si ricombini.

Il guadagno G è circa pari a 1 se si 'illumina' proprio la regione della giunzione, e non altre parti del diodo.

- fotodiodi pin
(53')

Abbiamo visto, studiando il circuito equivalente (vedi pag 121) che l'ordine di grandezza del tempo di risposta tipico del fotodiodo è $\tau \approx 10$ ns. Quest'ordine di grandezza dipende dalla 'capacità parassita' del fotodiodo. Abbiamo visto che la capacità parassita è dovuta soprattutto all'accumulo del doppio strato di portatori che si forma nella zona di svuotamento. Allora, per diminuire la capacità parassita e diminuire così il tempo di risposta, possiamo pensare di aumentare lo spessore w della zona di svuotamento.

Per fare questo, un'idea è quella di inserire al centro della giunzione, tra la zona p e la zona n, una zona di materiale semiconduttore non drogato (intrinseco).

All'interno di questa zona 'intrinseca' c'è comunque il campo elettrico dovuto alla giunzione, più l'eventuale campo dovuto alla tensione applicata dall'esterno. Allora i fotoelettroni che si trovano in questa zona centrale 'intrinseca' transitano non per l'effetto diffusivo, ma solo per questo campo. La velocità media di drift è dunque, in questa zona, è :

$$\langle v_x \rangle_I = \mu \mathcal{E}_x$$

dove μ è la mobilità degli elettroni e \mathcal{E}_x è il campo lungo x di cui risentono gli elettroni nella zona intrinseca.

Ma questo campo lo possiamo scrivere come il rapporto tra tensione e distanza. Il campo si genera all'interno della zona di svuotamento, e dunque la distanza in questione è lo spessore della zona di svuotamento w :

$$\langle v_x \rangle_I = \frac{\mu (V_0 + V_B)}{w}$$

dove abbiamo messo sia la tensione 'interna' del diodo dovuta all'accumulo di cariche nella regione di svuotamento (barriera di potenziale), sia la tensione di bias

messa dall'esterno.

Nota la velocità (media), possiamo scrivere il tempo di transito :

$$\tau_{\text{PIN}} = \frac{w}{\langle v_x \rangle}$$

$$\tau_{\text{PIN}} = \frac{w^2}{\mu (V_0 + V_B)}$$

Se si mette una tensione di bias abbastanza elevata (ma sempre al di sotto della tensione di break down), si possono ottenere tempi di transito bassi.

Tra l'altro la cosa importante è che il tempo di transito sia minore del tempo di ricombinazione, in modo da evitare il fenomeno della ricombinazione e tenere alto il guadagno

$$\tau_{\text{PIN}} < \tau_{\text{ric}}$$

Comunque, a parte questo fatto del guadagno, abbassare questi tempi di transito significa avere dei bassi tempi di risposta, che per questi fotodiodi PIN possono diventare dell'ordine di $\tau \approx 1$ ps.

È critica la scelta dello spessore della zona intrinseca.

Il criterio è quello accennato prima di garantire $\tau_{\text{PIN}} < \tau_{\text{ric}}$.

In base a questo criterio si vede che per il silicio, per tensioni di bias tali che complessivamente $V_0 + V_B > 1$ volt o spessore della zona intrinseca deve essere tale che complessivamente $w > 1$ mm.

I fotodiodi PIN hanno dunque la peculiarità di essere veloci.

Questi fotodiodi sono 'molto parenti' dei fotodiodi 'avalanche', basati su un effetto a valanga degli elettroni, sottoposti a campi alti.

I fotodiodi avalanche possono avere guadagni molto maggiori di 1.

59' 20" : il prof da degli accenni su diversi rivelatori 'speciali'.

a) array di diodi

Trattiamo questo tipo di apparato partendo da un'esigenza concreta.

Consideriamo di voler studiare lo spettro di un segnale : lo facciamo passare in un reticolo, per disperdere le varie componenti, e poi dovremmo rivelare queste diverse componenti spostando il rivelatore con una slitta, o facendo ruotare il reticolo che provoca la dispersione.

Descrizione di un monocromatore ad array di diodi (OMA optical multichannel analyzer)

Descrizione di un reticolo in riflessione : solchi a dente di sega in un blocco di alluminio (1200 solchi/inch), riflessione alla Bragg.

Questo metodo è lento perché per 'spazzare' tutto lo spettro si è legati al movimento meccanico del reticolo che deve ruotare.

Per avere una rivelazione contemporanea di tutto lo spettro si può realizzare un array o una matrice di fotodiodi.

La risoluzione può essere anche molto alta.

Altra applicazione, vedere 'in un sol colpo' se il profilo del fascio è gaussiano.

Se si ha un solo fotodiodo si devono fare una serie di rilevazioni, punto per punto. Con una matrice di fotodiodi lo si fa 'in un sol colpo'.

Queste matrici si realizzano su un unico wafer di semiconduttore.

Dunque la cosa complicata è realizzare il 'cablaggio' per recuperare i segnali dei singoli fotodiodi.

Un parametro importante delle CCD è dunque il tempo in cui avviene la lettura (frame rate), oltre che la densità dei pixel. Ad esempio per realizzare dei filmati occorre un frame rate di almeno 25 frame al secondo, per dare all'occhio umano l'impressione del movimento continuo (persistenza retinica).

In alcuni casi 'scientifici' occorrono anche frame rate più elevate.

(1h, 10' ≈)

Per abbassare il rumore (termico) esistono delle telecamere raffreddate, che lavorano a basse temperature.

Altro caso particolare sono le telecamere *intensificate*.

In genere queste sono realizzate combinando in un certo senso un fotorivelatore di tipo tradizionale con un fotorivelatore a stato solido: si mette un fotocatodo, come in un fotomoltiplicatore, e per effetto fotoelettrico un fotone che arriva fa emergere un fotoelettrone.

Poi il fotoelettrone viene accelerato con un campo elettrico, e arriva su uno strato di fosfori (come nei monitor). Impattando su questo strato vengono prodotti dei fotoni secondari, per fluorescenza. Dietro allo strato di fosforo si mette l'array di fotodiodi (CCD).

Questi CCD intensificati possono arrivare a sensibilità del singolo fotone.

Un'applicazione di questi rivelatori con sensibilità a singolo fotone è la rivelazione di fotoni emessi da un condensato di Bose-Einstein, o da esperimenti in grado di intrappolare singoli ioni. Infatti in tale sistema ci sono numeri di elementi (atomi o ioni) molto limitati, e dunque può nascere l'esigenza appunto di rivelare il singolo fotone.

Fototransistor (oggetto poco usato, quindi lo tralascio)

(1h, 25', 10')

- Diodi Schottky
(1h, 27', 00")

(si tratta di rivelatori, ma anche dei 'rettificatori di luce' (eh? e che significa??))
Una giunzione Schottky è una giunzione tra un metallo e un semiconduttore.
I livelli di energia sono tali per cui si ottiene un fotoelettrone anche con energie minori dell'energia della gap.

1.5 μm è la lunghezza d'onda che si usa per le telecomunicazioni perché per questa lunghezza d'onda le fibre hanno il massimo di 'trasparenza' e 'conducibilità' (il fascio si attenua pochissimo)

- Quantum Well Infrared Photodetectors
Costruiti con la 'Molecular Beam Epitaxy'

- Diodi a punta di contatto (MIM Metal Insulator Metal)
(lezione 10, inizio)

La peculiarità è che la zona di giunzione è estremamente piccola, e questo riduce di molto la capacità della giunzione.
sono realizzati con un 'baffo' (in inglese Whisker) che arriva su uno strato di ossido depositato su un supporto metallico.

La punta del baffo è 'di pochi atomi' (etching chimico).

La prima caratteristica è la velocità, ma in seguito si è trovata una seconda peculiarità.

Di fatto possono essere visti come dei 'mezzi non lineari', e dunque si può ottenere generazione di seconda armonica.

Il 'trucco' per ottenere la non linearità consiste nel mandare due fasci di luce.
Il baffo funziona da antenna, e dunque 'riemette' alle stesse due frequenze dei due fasci incidenti.
tuttavia, per le caratteristiche di non linearità, emettono anche radiazione a frequenza somma o a frequenza differenza.

Questi oggetti sono dunque stati usati come sorgenti di luce laser per il lontano infrarosso.

Infatti se si irradiano con due fasci laser a CO_2 con due frequenze diverse, in modo che la 'frequenza differenza' emessa per la non linearità (second harmonic generation) capita nel lontano infrarosso.

Inoltre, si ottiene una certa accordabilità (tuning).
Questo si ottiene usando le peculiarità dei laser a CO_2 .

cominciamo col tenere presente che il laser a CO₂ ha di per se molte righe. Mandando due fasci laser da CO₂ più una radiazione a microonde, possiamo ottenere accordabilità, perché la frequenza della microonda si può variare a piacere. La frequenza differenza tra i due fasci laser (seconda armonica) fornisce in un certo senso 'la portante', rispetto alla quale si può fare un 'fine tuning' variando la microonda. Questi tipi di sorgenti si chiamano TU-FIR (Tunable - Far Infra Red radiation).

• **Rivelazione di particelle**

(lez 10 : 14' 50")

Vogliamo dare dei cenni di rivelatori di particelle. I tipi di particelle che vogliamo rivelare sono i seguenti :

- Atomi neutri
- Atomi metastabili
- Atomi ionizzati
- Elettroni

Anche per chi si occupa di ottica a volte è importante poter rivelare particelle. Immaginiamo ad esempio di fare un esperimento di ionizzazione multifotonica, cioè di voler ionizzare degli atomi con dei fotoni che singolarmente non hanno l'energia sufficiente per strappare l'elettrone.

Mandando tanti fotoni l'effetto sommato di più fotoni può comunque ionizzare l'atomo.

Per verificare se effettivamente la ionizzazione è avvenuta, un metodo è quello di rivelare direttamente gli ioni e/o gli elettroni.

In oltre, in certe situazioni c'è bisogno di sapere con che energia è stato prodotto l'elettrone (distribuzione di energia). Questa energia è pari alla somma delle energie dei vari fotoni, meno l'energia di ionizzazione.

Puntualizziamo che quando parliamo di particelle non parliamo di particelle nucleari o subnucleari.

Un atomo è un oggetto che si muove con velocità medie dell'ordine di 10³ m/s che corrispondono ad energie 'ridicole', energie 'termiche'.

In particolare

$$\begin{aligned} E_k &= \frac{1}{2} m v^2 \\ &= \frac{1}{2} 1.6 \cdot 10^{27} \text{ kg} \times 10^3 \text{ m/s} \\ &= \frac{1.6}{2} \cdot 10^{24} \text{ joule} \end{aligned}$$

$$= \frac{1.6}{2} \cdot 10^{24} \text{ joule} \times 6.24146 \cdot 10^{18} \frac{\text{eV}}{\text{joule}}$$

$$= 5 \cdot 10^6 \text{ eV}$$

((?) il prof si trova tre ordini di grandezza più su : 0.005 eV)

Dunque rivelare atomi non è facile. Infatti quello che si fa spesso è una rivelazione indiretta.

Quello che spesso si fa è eccitare (i livelli elettronici di) un atomo, e rivelare il fotone che viene riemesso. Una sorgente laser è in grado di essere abbastanza monocromatica da permettere di essere sicuri che si eccita una transizione specifica di un certo atomo.

Dunque rivelando quei fotoni siamo sicuri di aver rivelato l'atomo, indirettamente.

Comunque questa è ancora una rivelazione ottica.

Vedremo che rivelare un atomo neutro è una cosa abbastanza difficile, e dunque in genere prima lo si ionizza.

le tecniche di rivelazione attraverso i fotoni sono meno efficienti rispetto alle tecniche di rivelazione di particelle.

(18' 40")

Immaginiamo due esperimenti per rivelare atomi di sodio, uno basato sulla rivelazione di fotoni e uno basato sulla rivelazione di particelle.

Dapprima consideriamo la risonanza delle due righe del doppietto dell'atomo di sodio. Sappiamo che queste due righe sono nel giallo, e in particolare hanno una lunghezza d'onda di 5890 Å e 5896 Å rispettivamente.

Mandiamo un laser accordato con la prima di queste transizioni (d_1 , la transizione $3s \rightarrow 3d_1$). L'atomo di sodio si eccita, e rilassandosi riemette un fotone con la stessa frequenza (fluorescenza).

Adesso consideriamo di voler rivelare sempre atomi di sodio, e cominciamo sempre mandando dei fotoni, ma questa volta li mandiamo di energia sufficiente a ionizzare l'atomo, cioè ad eccitare un elettrone fino all'energia del continuo, portandolo via dall'atomo.

A quel punto possiamo rivelare la presenza del sodio rivelando gli elettroni o gli ioni sodio.

Ora, un apparato di rivelazione degli ioni e/o degli elettroni (camere proporzionali, camere di ionizzazione) ha un'efficienza molto elevata, quasi pari a 1.

In altre parole se avviene una ionizzazione e noi riveliamo gli ioni prodotti, abbiamo la quasi certezza di rivelarla.

Invece, per rivelare il fotone di fluorescenza, abbiamo efficienze molto più basse. Innanzi tutto il fotone di fluorescenza può essere riemesso in qualunque direzione, e in genere non è mai possibile mettere rivelatori ottici che coprono tutto l'angolo solido.

Inoltre abbiamo visto che sia i fotomoltiplicatori che i fotodiodi hanno efficienze che non sono mai pari a 1 (se tutto va bene l'efficienza è il $15 \div 18 \%$).

Atomi metastabili

Diciamo prima che si intende per 'atomi metastabili'.

Si tratta di atomi che sono eccitati in uno stato che ha una vita media molto lunga (almeno paragonata alle vite medie dei 'normali' livelli eccitati degli atomi).

In genere si tratta di livelli eccitati che non possono decadere a causa delle regole di selezione.

(aggiunta mia)

O meglio, hanno una probabilità molto bassa di decadere, perché ricordiamo che le regole di selezione vengono sempre da approssimazioni ad un certo ordine della teoria delle perturbazioni, e dunque transizioni che sono proibite ad un certo ordine sono permesse se si va ad un ordine successivo, cioè se si considerano probabilità di transizione più basse.

Ad esempio la vita media del livello 2s dell'atomo di idrogeno è di circa un secondo. Se la paragoniamo alle vite medie dei livelli radiativi, cioè quelli che sono accoppiati con il livello fondamentale tramite l'approssimazione di dipolo elettrico (questo discorso si dovrebbe fare più rigorosamente) che sono dell'ordine dei nanosecondi, ci rendiamo conto che le vite medie dei livelli metastabili sono vite medie molto lunghe.

Tipicamente presentano livelli metastabili i gas nobili.

La peculiarità dei livelli metastabili è la loro energia, che è abbastanza grossa (qualche decina di elettronvolt).

Allora, un atomo che ha un elettrone eccitato in uno stato metastabile è un atomo che è neutro, ha energia cinetica che è sempre piccolissima, come abbiamo visto prima, dell'ordine del millielettronvolt, ma ha elevata energia interna dell'ordine delle decine di elettronvolt.

Infine abbiamo ioni ed elettroni.

A differenza degli atomi neutri queste sono particelle cariche, e dunque è facile accelerarle con campi elettrici, e dunque far loro acquistare energie cinetiche anche dell'ordine delle decine o centinaia di elettronvolt, energie che danno poi luogo a fenomeni utili per la rivelazione.

- schema riassuntivo della rivelazione di particelle

particelle	meccanismo su cui si basa la rivelazione	rivelatori
ioni	effetto cinetico	electron multiplier
	effetto Auger	Faraday cup
atomi neutri	meccanismi fotoconduttivi	electron multiplier
		termocoppia
	meccanismi di ionizzazione (ad esempio con 'cannone elettronico')	filo caldo
atomi metastabili	meccanismi di ionizzazione	electron multiplier
	effetto Auger	

- rivelazione di ioni (30' 50")

Il primo metodo per rivelare degli ioni è quello di accelerarli, mandarli a collidere su una superficie, e 'studiare' i prodotti dell'interazione con la superficie (emissione secondaria).

In genere gli oggetti emessi dalla superficie sono elettroni.

Questo meccanismo è molto simile all'effetto fotoelettrico che si usava per rivelare fotoni.

Come fatto in precedenza, possiamo introdurre l'efficienza quantica di questo processo, definita come il rapporto tra numero di elettroni usciti dall'emissione secondaria fratto il numero di ioni incidenti :

$$\eta = \frac{n_e}{n_i}$$

Esistono due regimi in cui può funzionare questo meccanismo, che differiscono per l'energia (cinetica) con cui gli ioni arrivano sul materiale.

Il primo regime è definito 'regime cinetico' : gli ioni essenzialmente riescono a 'estrarre' elettroni dal materiale per semplice impatto, in un quadro di fisica classica.

Si parla di ablazione o 'spattering' (ora qualcuno lo cerca di fare con il laser).

Un'espressione della resa o efficienza di questo meccanismo è la seguente :

$$\mu = \frac{z_i^2 Z M}{E_0 E_i} \ln \left(\frac{4 m_e E_k}{M \langle I \rangle} \right)$$

- rivelatori -

dove :

z_i = carica dello ione

Z = numero atomico del target

E_0 = perdita media di energia per collisioni "lontane"

E_k = energia cinetica dello ione

$\langle I \rangle$ = potenziale di ionizzazione medio

Per dare una stima numerica diciamo che per gli ioni di elio He^{++} , con energia cinetica di qualche centinaio di KeV si può arrivare ad efficienze di 15 elettroni per ogni ione che impatta.

Il secondo regime in cui può funzionare la rivelazione di ioni è caratterizzato da energie cinetiche degli ioni molto più basse.

Si continua ad usare un 'target' su cui si mandano gli ioni, ma questa volta si sfrutta l'effetto Auger ([vedi](#)) per far emettere degli elettroni dal target.

Brevemente l'effetto Auger consiste nella *ionizzazione spontanea* di un atomo. In alcuni casi uno stato atomico in cui due elettroni sono eccitati ha un'energia più alta dello stato in cui uno dei due elettroni va nello stato fondamentale e l'altro viene 'espulso' arrivando all'energia del continuo.

Quindi l'atomo posto in un tale stato, passa spontaneamente nell'altro (minimizzazione dell'energia), *autoionizzandosi*.

L'energia che ha l'elettrone che parte è pari all'energia richiesta per neutralizzare lo ione, meno l'energia del livello da cui proveniva l'elettrone espulso per effetto Auger.

Ribadiamo che non è necessario che lo ione arrivi con una grande energia cinetica, ma basta che si avvicini agli atomi del target.

Questo meccanismo è innescato dal fatto che lo ione si avvicina al target e 'richiama' elettrostaticamente un elettrone da un atomo del materiale del target. Lo ione si neutralizza, mentre l'atomo rimane in uno stato metastabile, che decade in uno stato più stabile, ad energia minore, espellendo un elettrone e autoionizzandosi.

Un meccanismo simile è la neutralizzazione di risonanza seguita da emissione Auger.

In quest'altro meccanismo succede sempre che un elettrone del metallo viene ceduto allo ione, il quale però non si porta nel livello fondamentale.

L'energia dell'elettrone è tale che lo ione si neutralizzi rimanendo in un suo livello eccitato.

Di nuovo comunque a questa neutralizzazione segue un'emissione spontanea per effetto Auger.

Affinché si verifichi questo processo deve avvenire che la differenza tra l'energia di ionizzazione dello ione meno l'energia dell'elettrone nello stato legato dello ione sia maggiore del lavoro di estrazione del metallo.

(capire meglio le motivazioni di questa condizione)

Il prof mostra una tabella con un pò di valori numerici (vedi pag 148).

Ad esempio per lo ione He^+ la differenza di energia summenzionata vale 4.8 eV , mentre il lavoro di estrazione per il molibdeno è $\phi = 4.3 \text{ eV}$. Dunque usando un target di molibdeno si possono rivelare degli ioni He^+ con questa tecnica.

In generale, a seconda dello ione che si vuole rivelare si deve scegliere il metallo con il lavoro di estrazione giusto.

- Electron multiplier

Si tratta di un rivelatore in fondo simile ad un fotomoltiplicatore.

La differenza è che non c'è il fotocatodo.

In genere l'electron multiplier si presenta come un 'tubo' di vetro, con i vari dinodi. Spesso viene venduto con un filamento 'di prova'.

Per provare il funzionamento del rivelatore viene fatta passare corrente attraverso questo filamento : da esso, per effetto termoionico vengono emessi elettroni, e questo flusso di elettroni viene usato come prova.

L'electron multiplier deve essere usato in un ambiente 'vuoto', e può rivelare ioni o elettroni.

Il materiale più usato è l'ossido di berillio.

L'E.M. può essere usato per rivelare non solo ioni ma anche :

Radiazione VUV (vacuum ultra violet $\lambda = 30 \div 150 \text{ nm}$)

Raggi x molli

Elettroni

Dunque l'E.M. può essere usato anche per rivelare fotoni.

Il prof mostra un grafico dell'efficienza quantica dell'E.M. in funzione della frequenza, ovvero dell'energia, dei fotoni incidenti.

Il motivo per cui questo rivelatore è sensibile solo ai fotoni molto energetici è che il lavoro di estrazione del metallo di cui sono fatti i dinodi è elevato.

A pagina 150 c'è un grafico dell'efficienza dell'E.M. in funzione della tensione 'acceleratrice', quella che si usa per fornire energia cinetica agli ioni (nel caso di rivelazione di ioni). Vediamo che queste tensioni sono abbastanza elevate, dell'ordine di $3000 \div 3300 \text{ V}$, contro i circa 1000 V di un fotomoltiplicatore.

Le efficienze sono dell'ordine di $10 \div 100$.

Anche per l'E.M., come abbiamo visto per il fotomoltiplicatore, esiste la configurazione con MCP Micro (o Multi) Channel Plate : una lastra di metallo 'rivelatore' con microfori (o microtubuli). La particella percorrendo il tubulo sbatte sulle pareti provocando le emissioni secondarie.

I guadagni di un electron multiplier sono dell'ordine di $10^5 \div 10^8$, e dipendono dalla tensione di accelerazione, che, abbiamo detto, sono dell'ordine delle migliaia di volt. Dunque ogni singolo ione 'viene amplificato' di parecchio!

Ribadiamo, anche rispetto al guadagno, la similitudine con i fotomoltiplicatori.

- Rivelazione di atomi neutri

L'idea di base per rivelare atomi neutri è quella di ionizzarli, in modo da poter poi usare i metodi visti per la rivelazione di ioni.

Il metodo più semplice per ionizzare atomi neutri è quello di mandarli a sbattere su una superficie metallica.

Se l'energia di ionizzazione degli atomi neutri in questione è inferiore al lavoro di estrazione degli atomi del metallo, è possibile ottenere, con una certa resa, la ionizzazione degli atomi neutri 'in ingresso'.

Il prof illustra lo 'schema tipico' di uno 'ionizzatore a superficie' (vedi figura a pag. 154).

la 'superficie metallica' su cui mandare gli ioni è rappresentata da un filo, ad esempio di tungsteno.

Intorno al filo, posto in modo coassiale, si pone un cilindro conduttore, che si pone ad una certa differenza di potenziale rispetto al filo.

Nel cilindro si pratica una fessura per permettere il passaggio degli atomi.

Ancora più all'esterno si pone un'altro strato conduttore (nella figura è di forma parallelepipedica), anch'esso dotato di fenditura, in corrispondenza dell'altra. Anche questo strato si pone ad un opportuno potenziale, positivo o negativo, allo scopo di non far entrare eventuali particelle cariche, ma solo gli atomi neutri che ci interessano (si definisce schermo, o 'shield').

Consideriamo dunque degli atomi neutri, che entrano nella prima fenditura, poi nella seconda, e vanno a sbattere sul filo.

Se l'energia di ionizzazione di questi atomi è minore del lavoro di estrazione del metallo del filo, gli atomi si ionizzano.

Una volta ionizzati, questi ioni vengono attirati sullo strato che copre il filo, e che proprio a questo scopo è stato posto ad una certa ddp rispetto al filo.

Con un elettrometro (amperometro molto sensibile) collegato a questa superficie conduttrice si può rivelare la corrente prodotta da questi ioni.

Ribadiamo che è cruciale che l'energia di ionizzazione degli atomi sia minore del lavoro di estrazione del metallo del filo.

Dunque si deve scegliere opportunamente il metallo.

Il più usato è il tungsteno, o a volte il platino, o l'ossido di tungsteno.

- Faraday cup

Questo semplice apparato è utile per rivelare un fascio di ioni, e di particelle cariche in genere.

Si tratta semplicemente di un 'pozzetto' metallico al quale è collegato un elettrometro, che rivela la corrente provocata dalla carica trasportata dagli ioni in arrivo.

All'esterno si mette uno schermo conduttore, con una fenditura, tenuto ad opportuno potenziale, con lo scopo di far entrare solo gli ioni di interesse, e anche con lo scopo di accelerarli, in modo da aumentare l'efficienza della rivelazione.

Questo apparato è usato molto in fisica nucleare. Ad esempio al TANDEM si usano per rivelare fasci di protoni.

- Vacuometri

(lez 10, 54' 42")

I vacuometri sono essenzialmente dei 'misuratori di atomi', e più in generale di particelle neutre.

Indirettamente possono essere usati per misurare la pressione, e sono in grado di lavorare a pressioni dell'ordine di 1/1000 di atmosfera, cioè dell'ordine del torr, o anche a pressioni molto più basse.

Se siamo a pressioni non troppo basse (dell'ordine del torr) per rivelare la densità di atomi, cioè "il grado di vuoto" si può usare il seguente tipo di rivelatore.

Essenzialmente si tratta di un filo conduttore, percorso da una certa corrente. Per effetto Joule il filo si riscalda.

La temperatura a cui si porta il filo è il risultato dell'energia che 'immettiamo' dall'esterno, meno l'energia che dissipa.

Se il filo si trovasse nel vuoto assoluto, dissiperebbe solo per irraggiamento.

Se nell'ambiente in questione è presente una certa quantità di gas, questo ha una sua conducibilità termica, e quindi il filo può scambiare calore anche con gli atomi del gas, oltre che per irraggiamento.

Dunque la temperatura del filo si abbassa un pò rispetto al caso di vuoto assoluto.

D'altra parte, sappiamo che la resistenza elettrica del filo dipende dalla sua temperatura.

Allora da una variazione di corrente, e dunque di resistenza, possiamo risalire alla variazione di temperatura, e finalmente alla variazione di quantità di gas presente.

Questo tipo di rivelatore non è molto selettivo, nel senso che è difficile discriminare quale gas è presente.

In genere il costruttore fornisce delle tabelle che permettono di associare variazioni di temperatura a tipi di gas (o famiglie di gas).

Possiamo dire che non sono misuratori 'assoluti' di pressione : bisogna correggere la lettura della pressione, in base alla tabella, a seconda del tipo di gas presente. Infatti ogni gas, o famiglia di gas, si comporta in maniera diversa ai fini di questo meccanismo (essenzialmente capacità termiche diverse).

- **Balatron** (misuratori assoluti di pressione)

Sono 'capsule' in cui è contenuto un gas.

La capsula si inserisce in un circuito, e la variazione di pressione si traduce in una variazione di capacità elettrica (due pareti opposte della capsula sono conduttrici).

Il prof non è sicuro, ma crede che questa variazione della capacità si misura creando un circuito RLC, in cui la C è la capacità della capsula in questione, e si fanno misure della frequenza di risonanza del circuito RLC, per risalire alla capacità, e dunque alla pressione.

Questo meccanismo di funzionamento dovrebbe essere lo stesso degli "RCL meter" che si usano a "esp II" per misurare rapidamente una capacità.

Dunque ricapitolando abbiamo dei misuratori relativi, basati sulla conducibilità termica (che è diversa a seconda del gas) e misuratori 'assoluti' basati sulla variazione di capacità. Comunque anche questi secondi vanno 'calibrati'.

L'unico misuratore di pressione veramente assoluto è il Mc Loyd, basato su tubicini di mercurio (il prof non dice molto, dice solo che è molto famoso, sta su tutti i libri di fisica...)

- **termocoppie**

Infine, c'è la possibilità di usare una termocoppia per misurare il vuoto.

Qui il meccanismo è simile al misuratore 'a filo caldo' che abbiamo visto prima : la

presenza di gas è rivelata in base alla variazione di temperatura, che ai capi della termocoppia provoca una f.e.m..

- rivelazione di atomi neutri per ionizzazione con elettroni

Torniamo adesso all'approccio che abbiamo visto prima, di rivelare atomi neutri ionizzandoli prima, e quindi usando le tecniche di rivelazione per gli ioni.

Un metodo di ionizzazione è quello di sparare contro gli atomi neutri in questione degli elettroni (ionizzazione per impatto elettronico, vedi pag 161).

L'energia cinetica degli elettroni deve essere maggiore o uguale all'energia di ionizzazione degli atomi in questione.

A questo riguardo il prof fa un'osservazione : sia i fotoni, sia gli elettroni possono essere usati per *eccitare* un atomo; il vantaggio degli elettroni è che per eccitare un certo livello atomico possono avere energia uguale ma anche superiore a quella del livello in questione.

Si tratta di energia cinetica, e dunque se l'elettrone ne ha di più vuol dire che dopo l'impatto avrà un'energia cinetica residua.

Invece il fotone deve avere la stessa energia del livello che si vuole eccitare : deve essere *risonante* con la transizione.

Dunque, ricapitolando, se spariamo un elettrone veloce su un atomo neutro possiamo ionizzarlo, e dunque avere dopo la collisione lo ione, due elettroni, e un'eventuale variazione di energia che si è trasformata in energia cinetica del bersaglio.

Insomma si può trattare il tutto come una collisione di meccanica classica, con la sua sezione d'urto e la sua 'probabilità di transizione'.

a pag 161 c'è in figura un grafico della probabilità di transizione in funzione dell'energia degli elettroni.

Si vede che come è ovvio il fenomeno è 'a soglia' : al di sotto di una certa energia gli elettroni non riescono a ionizzare.

Ma si vede anche che questo andamento è meno 'sharp' come quello analogo in cui si usano fotoni, anche se è sostanzialmente simile.

(1h 06' 30")

il prof divaga sulle eccitazioni a due fotoni, ad es transizione $1s \rightarrow 2s$ dell'idrogeno, per produrre atomi metastabili.

La transizione in esempio è 'proibita' nell'approssimazione di dipolo elettrico.

Tuttavia è consentita (perché sono rispettate le regole sulla parità) se anziché un solo fotone con energia pari a quella della transizione mandiamo due fotoni con energia pari alla metà.

Ma la divagazione ha senso, perché la conclusione è che se si usano degli elettroni tutta questa problematicità è eliminata : basta mandare elettroni con energia

sufficiente (anche un pò di più).

Nella pratica è usato questo metodo con gli elettroni, e non quello ottico.

Ultimo dettaglio : le probabilità di transizione per impatto elettronico sono curve più larghe quando la corrispondente transizione 'elettromagnetica' (approssimazione di dipolo) è permessa, e diventano più 'sharp' quando la corrispondente transizione elettromagnetica è proibita.

Comunque questa è una divagazione sulle transizioni stato legato -> stato legato.

Torniamo alla questione della ionizzazione.

Quando facciamo ionizzazione per impatto elettronico, per poi rivelare gli ioni, il procedimento non è molto selettivo.

Se ho una miscela di gas, e mando gli elettroni per ionizzarli, se l'energia degli elettroni è abbastanza grande ionizzerò tutti gas, anche se con una resa diversa (otterrò più ioni delle specie con maggiore probabilità di ionizzazione).

Allora possiamo utilizzare proprio la resa diversa per avere una certa selettività.

Supponiamo di avere delle molecole di acqua (un fascetto di molecole) e bombardiamole con un fascio di elettroni.

Quello che succede è che oltre a ionizzare la molecola, ottenendo H_2O^+ (detto ione parente) ottengo anche altri tipi di ioni : lo ione O^+ , lo ione H^+ e lo ione OH^- . Infatti gli elettroni eccitano anche i livelli vibrazionali della molecola, fino a farla dissociare.

Se potessimo 'risolvere' questi ioni, cioè avere una distribuzione di presenza dei vari ioni, avrei un certo spettro delle masse : avrei lo ione parente H_2O^+ , con la sua massa caratteristica, e con una certa 'intensità', poi lo ione OH^- , con un'altra massa e un'altra 'intensità', e così via per gli altri ioni.

Si dimostra che ogni specie molecolare sottoposta a impatto elettronico dà luogo ad uno 'spettro in massa' ben definito.

Dunque si può risalire alla specie molecolare analizzando il caratteristico spettro di massa degli ioni prodotti. Questa tecnica si chiama *spettrometria di massa*.

Il prof dice che questa frammentazione in ioni si ottiene anche per bombardamento con fotoni, e la cosa notevole è che lo spettro in massa cambia a seconda se si usano fotoni o elettroni.

Lo 'spettro in massa' si definisce 'impronta digitale' di una molecola.

Questa tecnica è efficace per rivelare la presenza di molecole 'in tracce', cioè con concentrazioni molto basse.

A via Pansini, al policlinico nuovo, c'è uno spettrometro di massa molto potente.

Il limite di questa tecnica è che ad una determinata massa corrispondono più ioni (isomeri).

Ad esempio un atomo di ossigeno ha la stessa massa di 8 masse di idrogeno.

La cosa è anche più complicata, perché lo spettrometro in realtà rivela il rapporto tra carica e massa, e dunque se abbiamo ioni con massa diversa e carica diversa, ma uguale rapporto tra le due, vengono confusi dallo spettrometro.

- spettrometri di massa

Nel 1913 Thomson ideò lo spettrometro di massa.

Questo apparecchio è basato sugli effetti combinati di campi elettrici e magnetici.

Partiamo dal fatto che abbiamo ionizzato le molecole, e dunque si tratta di tutte particelle cariche.

Inoltre, avendo masse diverse, avranno energie cinetiche diverse.

Passando attraverso delle armature cariche le particelle curvano, diciamo lungo l'asse y .

Ci sono poi anche due espansioni di un magnete, che provocano un campo magnetico parallelo al campo elettrico.

Questo campo magnetico provoca una forza di Lorentz che deflette le particelle lungo la direzione x , perpendicolare sia all'asse del fascio entrante, sia all'asse y della deflessione del campo elettrico.

Facendo i conti si vede che fissato un valore di x lungo l'asse y le particelle sono discriminate in base alla loro energia cinetica. Le particelle si dispongono lungo delle parabole (parabole di Aston).

Da queste parabole si può ricavare il rapporto massa/carica delle particelle.

Questo è lo schema più vecchio, ci sono altri schemi.

Lo spettrometro di Aston che presenta un 'campo magnetico strano', e che a differenza del precedente fa arrivare tutte le particelle in un sol punto, rendendo più comoda la rilevazione.

Ci sono altri tipi di spettrometri, come quello basato sul metodo di Dempster, che assomiglia come concetto ad un monocromatore : le particelle vengono sparpagliate su un 'ventaglio' in base alla loro massa, e c'è un rivelatore montato su una slitta che le raccoglie nelle varie posizioni.

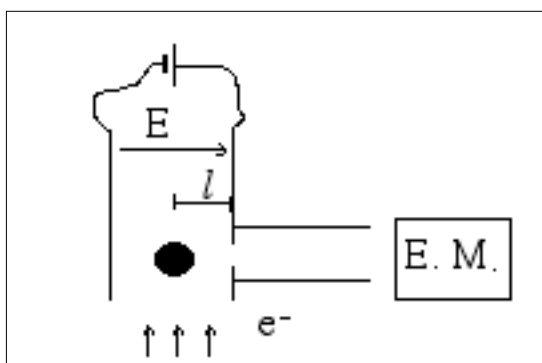
Ma quelli più usati sono quelli a quadrupolo e quelli di tipo ToF (Time of Flight).

Quelli a quadrupolo sono piccoli, compatti, e commerciali. Sono fatti con quattro cilindri, ai quali sono applicati dei campi oscillanti, e lo ione, quando entra, fa una

traiettoria strana, tale che solo un determinato tipo di ione riesce a passare. Sono molto economici, tanto è vero che si usano come 'leak detector' (rivelatori di perdita).

Per rivelare le perdite (leak detection) si mette lo spettrometro all'interno della camera che deve essere tenuta sotto vuoto, e si accorda per 'far passare', cioè rivelare, ad esempio l'elio (che è molto leggero, e dunque si diffonde facilmente). Dall'esterno si spruzza dell'elio, in vari punti dell'esterno della camera : quando il rivelatore 'sente' l'elio che entra, siamo sul punto in cui c'è la 'perdita' della tenuta della camera.

Gli spettrometri di tipo ToF sono fatti nel modo seguente.



Il fascio di particelle entra tra due armature tenute ad un certo potenziale (nella figura il cerchio nero è la sezione del fascio, perpendicolare al foglio). Un fascio di elettroni è 'sparato' perpendicolarmente al fascio di particelle, ed è 'pulsato' (ad esempio si può mettere un 'repeller' che si accende e si spegne).

Una volta ionizzate dagli elettroni, le particelle, ora cariche, vengono accelerate dal campo elettrico presente tra le armature, verso il foro sulla destra.

L'accelerazione a_x che subisce la particella di tipo x a causa di questo campo \vec{E} è pari a :

$$a_x = \frac{q_x E}{m_x}$$

dove q_x è la sua carica e m_x è la sua massa.

La velocità, in funzione del tempo, della stessa particella, è dunque :

$$v_x(t) = v_0 + a_x t$$

dove v_0 è l'eventuale velocità iniziale (stiamo proiettando lungo la direzione 'verso l'electron multiplier in figura).

A questo punto, le particelle escono dal foro, e non sono più sottoposte al campo elettrico.

Nel 'tubo' che collega il foro al electron multiplier le particelle si muovono di moto rettilineo uniforme, e dunque avranno la velocità costante v_x trovata prima, alla fine del tratto l lungo cui erano accelerate.

Tra l'altro, essendo la velocità acquistata grazie al campo elettrico molto elevata, è possibile trascurare la velocità iniziale v_0 che avevano le particelle a causa della semplice agitazione termica (ma oltretutto, essendo 'in fascio' si suppone che la velocità trasversale sia quasi nulla).

Grazie all'electron multiplier messo in fondo al percorso 'senza campo', è possibile stimare il tempo che intercorre tra la ionizzazione (impulso di elettroni) e l'arrivo alla fine del tragitto.

Sviluppando i conti si ha :

$$v_x = a_x t^* \quad (\text{velocità all'uscita dal foro})$$

$$s(t) = \frac{1}{2} a_x t^{*2} \quad (\text{legge oraria nel tratto accelerato})$$

$$\frac{1}{2} a_x t^{*2} = l \quad (\text{noi conosciamo la lunghezza del tratto})$$

$$\frac{1}{2} \frac{q_x E}{m_x} t^{*2} = l \quad (\text{sostituendo l'accelerazione ...})$$

$$t^{*2} = \frac{2 m_x}{q_x E} l \quad (\text{possiamo esplicitare } t^*)$$

$$t^* = \sqrt{\frac{2 m_x}{q_x E} l}$$

a questo tempo aggiungiamo il tempo di percorrenza del tratto 'non accelerato', che supponiamo di lunghezza L :

$$t_2 = v_x L$$

$$t_2 = a_x t^* L$$

- rivelatori -

$$t_2 = \frac{q_x E}{m_x} \sqrt{\frac{2 m_x}{q_x E}} l L$$

$$t_2 = \sqrt{\frac{2 q_x E l}{m_x}} L$$

e dunque, il tempo totale è :

$$t_{\text{tot}} = t^* + t_2$$

$$t_{\text{tot}} = \sqrt{\frac{2 m_x}{q_x E}} l + \sqrt{\frac{2 q_x E l}{m_x}} L$$

Dunque, a tempi diversi, arriveranno sul rivelatore le varie particelle.

Su un oscilloscopio collegato con l'electron multiplier, e con il trigger accordato con l'emissione degli impulsi di elettroni, leggerò dei picchi.

Questi picchi non saranno mai una 'delta' : il loro allargamento è dovuto sia al tempo di risposta dell'electron multiplier, ma anche al fatto che la velocità iniziale 'termica' v_0 non è trascurabile, ed è 'random'.

- deflessione

Il prof accenna al fatto che quando gli elettroni arrivano sulle particelle neutre (atomi o altro), per eccitarle o ionizzarle, questi elettroni hanno una loro energia cinetica, e dunque deflettono le particelle!

La tangente dell'angolo di deflessione è circa uguale al rapporto tra le energie cinetiche degli elettroni e delle particelle rispettivamente :

$$\text{tg} \theta \approx \frac{m_e v_e}{M V}$$

Questa deflessione può essere molto utile, perché se ci mettiamo col rivelatore nel punto di arrivo delle particelle deflesse riveliamo solo quelle, e non le particelle che non hanno interagito con gli elettroni!

Ultima osservazione : abbiamo visto che il limite della spettrometria di massa è il fatto che 'non distingue' tra particelle ionizzate con eguale rapporto carica/massa. Questo limite si può superare se si effettua la ionizzazione-frammentazione con della radiazione laser anziché dei fotoni. Infatti in questo caso il laser si può 'accordare' con l'energia giusta per ottenere solo le particelle che ci interessano.

- Sorgenti di elettroni
(lez 11; 5' 30")

il meccanismo più usato per produrre elettroni è l'effetto termoionico. Se si riscalda un metallo la distribuzione di Fermi si modifica, e alcuni elettroni acquistano energia sufficiente per sfuggire al reticolo. Metalli diversi hanno diverso comportamento riguardo a tale effetto, e il 'parametro' che li caratterizza in tal senso è la costante di Richardson.

Nella pratica, la produzione di elettroni per effetto termoionico si realizza con un filamento attraverso cui si fa passare corrente e la corrente per effetto Joule lo riscalda.

Le temperature necessarie sono abbastanza elevate, e quindi altrettanto elevate sono le correnti necessarie. L'ordine di grandezza è del milliampere.

Ci sono due schemi possibili.

Nel primo, il filamento viene collegato ai capi di un primo generatore, che lo fa percorrere da corrente.

Un secondo generatore crea una differenza di potenziale tra il filamento stesso e un anodo : gli elettroni che emergono dal filamento vengono accelerati verso l'anodo grazie a questa seconda ddp.

Questa configurazione presenta un problema : gli elettroni emessi dal filamento non hanno tutti la stessa energia cinetica.

Ovviamente, in generale gli elettroni prodotti per effetto termoionico hanno una certa indeterminatezza (distribuzione) dell'energia cinetica.

Ma in questo caso, accanto a questa indeterminatezza, si aggiunge il fatto che nei diversi tratti del filamento il potenziale varia!

Dunque l'effetto di accelerazione della 'seconda ddp' varia altrettanto, e l'ordine di grandezza di questa 'indeterminatezza' è pari all'ordine di grandezza della tensione che alimenta il filo.

Per ovviare a questo problema si è pensato ad una seconda configurazione.

In questo secondo caso (che si definisce a 'riscaldamento indiretto') il filamento percorso da corrente non è utilizzato per emettere elettroni, ma solo per riscaldare una placca di metallo che gli si mette vicino.

Dunque il primo generatore alimenta il filo, mentre il secondo generatore è collegato solo alla placca di metallo riscaldata dal filo, che dunque è ad un potenziale uniforme.

La realizzazione pratica di un tale apparecchio è in genere fatta con un cilindro di alluminio cavo di un diametro di qualche millimetro, con una base 'chiusa' e l'altra 'aperta', per consentire di inserirvi il filo riscaldatore.

Il filamento è isolato da un ricoprimento isolante.

In genere il cilindretto è ricoperto di una pasta (composti di metalli alcalini, come l'ossido di stronzio) che hanno una funzione di lavoro più bassa.

C'è poi un procedimento per 'attivare' la pasta : si riscalda prima, per far evaporare la colla che tiene insieme la pasta (i prodotti dell'evaporazione 'rovinano' il vuoto). Quando tutto è evaporato si può usare la sorgente di elettroni 'a regime'.

a pagina 167 dei lucidi c'è una tabella dei parametri rilevanti ai fini dell'effetto termoionico per alcuni metalli.

Produzione di elettroni per effetto di campo.

Il potenziale che si applica si raccorda con il potenziale atomico.

Il campo elettrico locale sulla superficie di un conduttore è inversamente proporzionale al raggio di curvatura : sulle zone appuntite l'effetto di campo è il massimo (potere delle punte).