

Cristalli & lamine

- film sottili

(inizio lezione 23, lucidi pag 445, vedi anche Mencuccini II pag 415 e segg.)

Vogliamo studiare nel dettaglio cosa succede ai campi di un'onda elettromagnetica quando questa viene riflessa o rifratta.

In generale i coefficienti di trasmissione e di riflessione di una superficie dipendono da :

- * angolo di incidenza
- * lunghezza d'onda
- * polarizzazione dell'onda

Le formule di Fresnel regolano riflessione e trasmissione.

Per descrivere le cose abbiamo l'angolo di incidenza θ_i , l'angolo di trasmissione θ_t , e poi dividiamo il vettore campo elettrico delle tre onde incidente, riflessa e rifratta in due componenti, una parallela e una perpendicolare :

$$E_{\perp} ; E_{//} \quad (\text{componenti per l'onda incidente})$$

$$E'_{\perp} ; E'_{//} \quad (\text{componenti per l'onda riflessa})$$

$$E''_{\perp} ; E''_{//} \quad (\text{componenti per l'onda rifratta})$$

dove :

* la componente parallela è quella che giace nel piano che contiene il vettore d'onda (cioè il raggio) ed è perpendicolare al piano di interfaccia tra i due mezzi

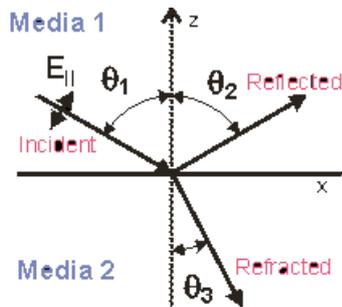
* la componente perpendicolare è quella perpendicolare alla precedente.

Ricordiamo che comunque il campo elettrico è perpendicolare al vettore d'onda.

In pratica, se disegniamo su un foglio i raggi, e nel disegno rappresentiamo l'interfaccia come una linea retta, perché guardiamo 'lungo il piano di interfaccia' che è quindi perpendicolare al foglio, la componente parallela del campo è disegnata sul foglio, mentre quella perpendicolare è perpendicolare al foglio.

Dunque 'componente parallela' e 'componente perpendicolare' sono riferite al piano che contiene i vettori d'onda del raggio incidente, riflesso e rifratto.

Nella figura che segue è ad esempio riportata la componente parallela del'onda incidente :



Siano infine n_1 e n_2 gli indici di rifrazione del primo mezzo e del secondo mezzo rispettivamente.

Le leggi di Fresnel forniscono i 'coefficienti di trasmissione e di riflessione' distinti per componente parallela e per componente perpendicolare, cioè i rapporti tra componente del campo rispettivamente dell'onda trasmessa o riflessa con l'omologa dell'onda incidente :

$$r_{//} = \frac{E'_{//}}{E_{//}} \quad t_{//} = \frac{E''_{//}}{E_{//}}$$

$$r_{\perp} = \frac{E'_{\perp}}{E_{\perp}} \quad t_{\perp} = \frac{E''_{\perp}}{E_{\perp}}.$$

Quando invece dei campi consideriamo i rapporti tra le intensità delle onde si parla di riflettanza e trasmittanza, anziché di coefficiente di riflettività e coefficiente di trasmittività.

Si ha

$$R_{\perp} = r_{\perp}^2 \quad R_{//} = r_{//}^2$$

$$T_{\perp} = \frac{n_2 \cos \varphi_t}{n_1 \cos \varphi_i} t_{\perp}^2 \quad T_{//} = \frac{n_2 \cos \varphi_t}{n_1 \cos \varphi_i} t_{//}^2.$$

le formule di Fresnel ci dicono che :

$$r_{//} = \frac{\operatorname{tg}(\varphi_i - \varphi_t)}{\operatorname{tg}(\varphi_i + \varphi_t)} \quad t_{//} = \frac{2 \sin \varphi_t \cos \varphi_i}{\sin(\varphi_i + \varphi_t) \cos(\varphi_i - \varphi_t)}$$

$$r_{\perp} = \varphi \frac{\sin(\varphi_i - \varphi_t)}{\sin(\varphi_i + \varphi_t)} \quad t_{\perp} = \frac{2 \sin \varphi_t \cos \varphi_i}{\sin(\varphi_i + \varphi_t)}.$$

Una prima conseguenza di queste relazioni è che esiste un angolo di incidenza

particolare per il quale il coefficiente di riflessione della componente parallela $r_{//}$ è nullo.

Dall'espressione di $r_{//}$ risulta chiaro che si tratta dell'angolo di incidenza tale che

$$\theta_{iB} : \text{tg} (\theta_{iB} + \theta_{tB}) = \infty$$

Questo angolo si definisce *angolo di Brewster*. Notiamo che l'angolo 'di trasmissione' θ_{tB} dipende da quello di incidenza θ_{iB} tramite la legge di Snell, e dunque questa relazione definisce completamente questo angolo.

In particolare si ha

$$\text{tg} (\theta_{iB} + \theta_{tB}) =$$

$$\theta_{iB} + \theta_{tB} = \frac{\pi}{2}$$

$$\theta_{iB} = \frac{\pi}{2} - \theta_{tB}$$

D'altra parte la relazione tra θ_{iB} e θ_{rB} è (legge di Snell)

$$\frac{\sin \theta_{iB}}{\sin \theta_{rB}} = \frac{n_2}{n_1}$$

ma essendo $\theta_{iB} = \frac{\pi}{2} - \theta_{tB}$ è anche $\sin \theta_{rB} = \cos \theta_{iB}$ e dunque

$$\frac{\sin \theta_{iB}}{\cos \theta_{iB}} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\text{tg} \theta_{iB} = \frac{n_2}{n_1}$$

e questa è la relazione che definisce l'angolo di Brewster a partire dagli indici di rifrazione dei due mezzi.

La conclusione è che se abbiamo della luce 'polarizzata parallelamente', questa verrà completamente rifratta, cioè la 'parte riflessa' sarà nulla.

Invece, se abbiamo della luce non polarizzata che incide con l'angolo di Brewster, la parte riflessa è polarizzata perpendicolarmente, essendo nulla la componente

polarizzata parallelamente (della parte riflessa).

Questo è un modo semplice per polarizzare della luce.

Con due riflessioni su due superfici 'sghembe' si può poi realizzare un polarimetro (due polarizzatori incrociati), cioè un oggetto che non fa passare del tutto la luce (almeno i riflessione).

Per il caso semplice di *incidenza normale* ($\theta_i = 0$) si ha per la riflettanza e la trasmittanza :

$$R = \frac{n_2 - n_1}{n_1 + n_2} \quad T = 4 \frac{n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2}.$$

Vediamo che c'è una analogia della riflettività con gli adattamenti dell'impedenza che si hanno in elettronica.

Si ha un'analogia dunque tra l'impedenza in elettronica e l'indice di rifrazione in ottica; osserviamo che in entrambi i casi c'è una parte reale e una parte immaginaria, con significati fisici specifici.

Dall'espressione della riflettanza (usiamo il caso di incidenza normale per semplicità) vediamo che per ottenere grandi riflettività dovremmo trovare materiali con grande indice di rifrazione n_2 (supponendo che il mezzo 1 è l'aria).

Tuttavia avere grande indice di rifrazione porta problemi. Infatti ricordiamo che l'indice di rifrazione è una grandezza complessa (almeno nello spazio delle frequenze), e la parte immaginaria è legata alle perdite ([vedi](#)).

Dunque quella di trovare indici di rifrazione alti non è una buona strada.

Ricordiamo che in effetti quello che conta è la differenza di indice di rifrazione.

Allora un 'trucco' può essere quello di creare una struttura a strati alternati, con indice di rifrazione alto e basso alternativamente.

In questo caso abbiamo una riflettività non molto alta per la singola coppia di strati, ma l'effetto dei tanti strati alla fine fa ottenere delle ottime riflettività totali.

Consideriamo il caso semplice di riflettività normale.

La riflettività e la trasmittività per le due possibili interfacce alto/basso o basso/alto indice di rifrazione è nota dalle relazioni di Fresnel.

Tuttavia bisogna tenere conto del fatto che 'tornano indietro' onde che vengono da riflessioni con strati diversi, cioè che sono penetrate a profondità diverse dello strato multiplo prima di essere riflesse, e quindi hanno accumulato una certa differenza di fase, che dipende dagli spessori degli strati.

Consideriamo due onde che provengono dalla riflessione su due interfacce successive, separate cioè da un singolo strato di spessore l_H e indice di rifrazione n_H .

La differenza di fase accumulata è :

$$\Delta\phi = 2 l_H n_H k \quad \Delta\phi$$

dove $2 l_H$ è perché il percorso in più è un andata e un ritorno nello strato, e il '- $\Delta\phi$ ' è perché a seguito della riflessione c'è un cambio di segno della fase, a causa della riflessione (chiarire).

La condizione affinché ci sia interferenza costruttiva tra queste due onde è che la differenza di fase sia pari a 2π , e cioè :

$$2 l_H n_H k \quad \Delta\phi = 2\pi$$

$$l_H n_H = \frac{\lambda}{4}$$

Notiamo che essendo λ una lunghezza d'onda ottica, si tratta di strati veramente molto sottili (film sottili).

Questa è la condizione affinché due onde 'contigue' facciano interferenza costruttiva.

A pagina 450 dei lucidi ci sono dei valori numerici.

Per la totalità della radiazione, considerando cioè lo strato multiplo di film sottili, si riescono ad ottenere delle ottime riflettività.

La formula generale, per N strati è

$$R = \frac{n_H^{N+1} \lambda n_L^{N\lambda} n_s \lambda^2}{n_H^{N+1} \lambda + n_L^{N\lambda} n_s \lambda}$$

(i conti escono dalla 'teoria dei film sottili', che è abbastanza complicata, vedi Born e Wolf).

Ad esempio per 15 strati di ossido di silicio e ossido di titanio si ha una riflettanza $R = 99.8\%$.

Il problema di questo tipo di specchio è che è progettato e funziona solo per una specifica lunghezza d'onda!

I valori tipici sono le centinaia di nanometri come lunghezza d'onda, e qualche decina

6 - cristalli & lamine -
 di nanometri come banda 'di frequenza' (di lunghezza d'onda) per la quale c'è riflettività.

Il prof mostra un grafico della riflettività in funzione della lunghezza d'onda (vedi figura pag 451).

La definizione di questi dispositivi è 'specchi dielettrici'.

Le applicazioni di questi strati multipli di dielettrici sono sia specchi ad alta riflettività, sia filtri interferenziali.

Il tipo di coating 'multistrato' che abbiamo appena visto vanno sotto il nome di 'HR coating' (High Reflectivity coating).
 Esistono poi i coating AR (Anti Reflectivity) che al contrario riducono la riflettività.

La riflettanza nel caso di due soli strati è :

$$R = \frac{n_S^2 - n_L^2}{n_S^2 + n_L^2}$$

e quindi per minimizzarla si tratta di annullare il numeratore :

$$R_{\min} \quad n_L = \sqrt{n_S}$$

- specchi metallici
 (19' 50")

Per studiare gli specchi metallici usiamo il modello di Lorentz

Tuttavia nel metallo si hanno oltre agli elettroni 'legati' agli atomi, anche elettroni 'liberi'.

Se col modello di Lorentz teniamo conto anche degli elettroni liberi, otteniamo la seguente espressione dell'indice di rifrazione :

$$n^2(\omega) = 1 + \frac{N q^2}{\epsilon_0 m} \frac{f_e}{\omega^2 + i \gamma_e \omega} + \sum_j \frac{f_j}{\omega_{0j}^2 - \omega^2 + i \gamma_j \omega}$$

Se si trascurano gli elettroni legati, e supponendo la frequenza di oscillazione ω molto maggiore del termine di smorzamento γ_e si ha :

$$n^2(\omega) = 1 - \frac{N q^2}{\epsilon_0 m \omega^2}$$

$$n^2(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$$

dove abbiamo definito la *frequenza di plasma* $\omega_p^2 = \frac{\epsilon_0 m}{N q^2}$, che dunque è una quantità che dipende essenzialmente dalla densità di elettroni q .

Ai fini della riflettività, l'esito di questo modello è che :

* per frequenze $\omega > \omega_p$ l'indice di rifrazione n è una quantità reale, e il metallo appare trasparente alla radiazione

* per frequenze $\omega < \omega_p$ l'indice di rifrazione n è una quantità complessa, e il metallo è riflettente.

Le tipiche frequenze di plasma dei metalli sono tali da renderli riflettenti praticamente a tutta la radiazione visibile, e questo è il motivo per cui i metalli in genere appaiono di colore biancastro.

Per alcuni metalli sono riportate le frequenze di plasma a pagina 452 dei lucidi.

Per inciso per le telecomunicazioni è importante la frequenza di plasma della ionosfera, che cambia dalla notte al giorno perché cambia la densità di elettroni.

- selezione dei modi in cavità
(24' 10")

Vogliamo capire come fare a selezionare i modi che oscillano nella cavità laser, per sopprimere quelli che non interessano e mantenere solo quello che ci serve.

Ci possono essere vari tipi di 'selezioni'

a) possiamo dover sopprimere i modi trasversi TEM_{lm} perché siamo interessati al solo modo longitudinale TEM_{00}

b) possiamo dover sopprimere certi modi longitudinali perché siamo interessati ad uno solo di essi

c) può anche capitare che si hanno diverse transizioni laser, a frequenze diverse. Ad esempio se il mezzo attivo è un gas di atomi, può capitare che si realizza l'inversione di popolazione in più di un livello, e dunque si hanno più emissioni stimulate, associate a transizioni atomiche diverse, e dunque corrispondenti modi

elettromagnetici diversi.

Questa situazione si ha nel laser He-Ne (c'è un'emissione anche nel verde e nel medio infrarosso).

Dunque può essere necessario eliminare i modi associati ad altre transizioni e mantenerne solo uno.

Cominciamo da questo ultimo caso.

In questo ultimo caso le differenze di frequenza tra la radiazione di interesse e quelle da eliminare sono grandi.

Dunque si può utilizzare la dipendenza dalla frequenza della riflettività degli specchi.

In altri termini per la cavità del laser si usano specchi che sono riflettenti alla lunghezza d'onda che ci interessa ma non lo sono per le altre frequenze dei modi dovuti ad altre emissioni, cioè ad altre transizioni.

Facendo così la radiazione che non ci interessa 'non può *laserare*' (alte perdite).

Per la situazione a), cioè per eliminare i modi trasversi, o si gioca con le dimensioni del mezzo attivo, o si utilizzano dei diaframmi (iride).

In entrambi i casi si utilizza il fatto che il modo longitudinale è raccolto sull'asse ottico, mentre i modi trasversi hanno un vettore d'onda che è un pò disallineato.

Infine si possono sistemare gli specchi in maniera tale che per i modi trasversi siano alte le perdite per diffrazione (numero di Fresnel piccolo).

Nella situazione b) abbiamo bisogno di selezionare modi longitudinali con frequenze molto vicine tra loro, tanto che non possiamo usare la riflettività degli specchi.

Questo è rilevante soprattutto per laser a coloranti, che hanno una banda abbastanza larga di emissione (curva di guadagno), sotto la quale ci sarà un elevato numero di FSR, e dunque un elevato numero di modi longitudinali.

Dunque dobbiamo trovare un qualche sistema di filtraggio per selezionare una banda più stretta. L'ideale è anche che questa banda passante sia spostabile, in modo da 'tunare' la frequenza laser.

I sistemi di filtraggio che riporta il prof sono (vedi figure a pag 455) :

1) un prisma che 'apre a ventaglio' le varie componenti a frequenze diverse, e sistemato in modo che solo una arrivi su uno specchio e possa laserare

2) un reticolo al posto di uno specchio, che fa tornare indietro solo una certa frequenza, e manda fuori cavità le altre (per diffrazione)

3) un filtro in generale, il più usato è il filtro di Lyot.

Vediamo nel dettaglio (in pratica qui il prof fa una carrellata di vari dispositivi ottici)

1) (metodo del) prisma

Esiste una relazione tra l'angolo di deviazione minima e la lunghezza d'onda

$$n = \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\sin \left(\frac{\alpha_{min}}{2} + \frac{\alpha}{2} \right)}$$

dove n è l'indice di rifrazione del prisma e α è il suo angolo.

Da questa relazione si può arrivare alla 'dispersione angolare', cioè la dipendenza dell'angolo di deviazione α dalla lunghezza d'onda :

$$\frac{d\alpha}{d\lambda} = \frac{d\alpha}{dn} \frac{dn}{d\lambda}$$

$$\frac{d\alpha}{d\lambda} = \frac{2 \sin(\alpha/2)}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2(\alpha/2)}} \frac{dn}{d\lambda}$$

dove il secondo rapporto è la dispersione.

Notiamo che in questa relazione non compaiono le dimensioni del prisma, ma solo il suo angolo.

Per un prisma equilatero si ha :

$$\frac{d\alpha}{d\lambda} = \frac{1}{\sqrt{1 - n^2}} \frac{dn}{d\lambda}$$

c'è poi un grafico dell'andamento di $dn/d\lambda$ (vedi figura a pag 456).

Definiamo adesso il potere risolutivo.

(il prof dice 'potere dispersivo', è un lapsus o è un sinonimo?)

Per definizione il potere risolutivo è

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$$

dove $\Delta\lambda$ è la distanza in lunghezza d'onda minima che il prisma riesce a separare.

Facendo un pò di conti (vedere sul testo di Demtröder, "laser spettroscopy") si arriva ad una formula molto semplice :

$$R = g \frac{dn}{d\lambda}$$

dove g è 'la base del prisma'. Attenzione che questo concetto di 'base' deve essere chiarito. Io, vedendo la figura a pag 457 ho dedotto che si tratta della base del triangolo che il fascio incidente percorre nel prisma, dunque coincide con la base del prisma solo se questi è investito totalmente dalla radiazione.

Questo significa che ai fini del potere risolutivo sono equivalenti un prisma con angolo piccolo ma investito da un fascio grande, o un prisma con angolo grande investito da un fascio più stretto.

In definitiva concludiamo che il potere risolutivo del prisma dipende dal materiale di cui è fatto (in particolare dal suo indice di rifrazione) e da questa 'base del prisma' appena definita.

Per avere un'idea quantitativa, considerando un prisma di BK7 (un tipo di vetro) di 2 cm di base, e considerando una radiazione con $\lambda = 589 \text{ nm}$, otteniamo un potere risolutivo $R = 10^3$. Questo significa che un tale prisma riesce a risolvere giusto giusto il doppietto del sodio.

Per i conti vedi lucidi pag 457.

I prismi in ottica non sono usati tanto per disperdere la luce (vedremo che i reticoli sono molto più efficaci), quanto piuttosto per altri utilizzi.

A pag 458 c'è una carrellata di tipi di prismi e configurazioni :

* un primo uso è uno 'specchio selettivo' : una faccia del prisma viene resa riflettente, ma a causa della deviazione provocata dal prisma, solo una certa lunghezza d'onda torna su se stessa, mentre le altre vengono disperse.

Un dispositivo del genere sta in genere nei laser ad argon, che 'produce' al suo interno delle righe abbastanza separate. Ruotando (tiltando) il prisma-specchio opportunamente si riesce a far laserare solo un modo (vedi figura a pag 458).

* il prisma può funzionare da 'beam magnifier' per un fascio monocromatico.

Se il fascio ha una sola componente monocromatica l'effetto non è di dispersione (vedi figura a pag 458).

Può essere un metodo alternativo al telescopio, che pure è un dispositivo che allarga (o stringe) i fasci, usando due lenti di focale opportuna, ottenendo un ingrandimento (rimpicciolimento) dell'immagine.

il prof apre una parentesi sui telescopi, e parla di 'telescopi ad ingrandimento 1', che vengono usati se occorre far attraversare un dispositivo stretto ad un fascio abbastanza grosso : il fascio viene stretto, attraversa il dispositivo, e viene poi riallargato alle dimensioni precedenti.

altra parentesi : i prismi anamorfici si usano per correggere la forma, o meglio il profilo dei fasci. Il prof si dilunga sull'esempio del laser a diodo.

Per sommi capi il laser a diodo è fatto con una giunzione pn. si prende un wafer di semiconduttore, fatto appunto con due strati con drogaggio p e n. poi si fa in modo da rendere riflettenti due delle superfici *lateral*i del wafer.

In questo modo lo spazio della giunzione diventa esso stesso cavità ottica.

In questo modo però lo specchio della cavità ha la forma di una fenditura, con un lato molto allungato rispetto all'altro che è molto stretto.

Dunque in una 'dimensione' si avrà una dispersione per diffrazione della radiazione laser uscente molto maggiore che nell'altra.

Dunque la radiazione è emessa su un angolo molto grande, diciamo 30°, 40°, almeno nella direzione perpendicolare al piano del wafer.

Occorre dunque mettere una lente subito dopo l'uscita della cavità, per raccogliere la radiazione laser.

Tuttavia anche se si riesce a raccogliere la luce in un fascio, si avrà uno 'spot' del fascio laser molto ellittico.

Un prisma anamorfico è in grado di correggere questa ellitticità e restituire un fascio con spot circolare.

In pratica si usa l'effetto di 'ingrandimento' (beam magnifying) del prisma, che avviene solo in una dimensione e non nell'altra, allargando l'asse minore dell'ellisse fino a portarlo alle dimensioni di quello maggiore.

Se si usano due prismi si 'raddoppia' l'effetto di ingrandimento, e si ottiene anche che il fascio finale ha la stessa direzione del fascio entrante.

Altra divagazione, sulle *onde evanescenti*.

Sull'altro lato di una superficie riflettente si crea un campo, detto *campo evanescente*, per uno spessore molto piccolo, delle dimensioni della lunghezza d'onda.

Questi campi riescono a funzionare da specchi per gli atomi. Osserviamo che un gradiente di campo è associato ad una forza, ed essendo le dimensioni piccole, il gradiente è grande.

Cenni a 'prismi strani' come il prisma di Porro, per capovolgere un'immagine.

- reticolo di diffrazione
(53' 30")

La diffrazione è un'interferenza di onde multiple.

Diciamo che c'è una certa superficie (ad esempio l'apertura di un diaframma), da cui provengono queste onde multiple, e noi ne studiamo l'interferenza nel loro propagarsi da quella superficie in avanti.

Lo studio della diffrazione più facile è quello con l'approccio 'alla Fraunhofer' (far field), in cui si studiano i campi a distanza dalle 'sorgenti multiple' molto maggiore

della lunghezza d'onda.

Più complicato è l'approccio alla Frenel (near field), in cui si studiano i campi vicino alle sorgenti.

Nel caso 'far field', quando ci mettiamo a grande distanza dalle sorgenti, la diffrazione limita il potere risolutivo spaziale.

Infatti nel risolvere gli oggetti, se ci mettiamo a grande distanza, siamo limitati dal pattern di diffrazione, che è di dimensioni dell'ordine della lunghezza d'onda. Questo diventa dunque un limite ultimo per la microscopia in 'far field'.

Per questo motivo di recente è 'tornata di moda' la diffrazione alla Frenel, e la 'configurazione' in near field.

La microscopia 'in campo prossimo' (near field) (NSOM : Near-field Scanning Optical Microscopy) non ha dunque questo limite della lunghezza d'onda, e arriva infatti a risolvere le decine di nanometri, ben al di sotto della lunghezza d'onda.

Divagazione sulla microscopia in forza atomica o 'AFM' (Atomic Force Microscopy). È una microscopia realizzata con una 'micropunta' 'passata' molto vicino alla superficie da investigare, dalla quale viene attratta o respinta o anche 'deviata' a causa delle forze di van Der Waals.

Sull'altro lato della punta (cantilever) si manda un laser, che si riflette e va su un 'diodo a quadranti'. A riposo il laser arriva all'incrocio dei quattro quadranti, mentre i movimenti della punta lo spostano. Leggendo le differenze di irraggiamento dei quadranti si ricostruisce l'immagine.

Ma la microscopia ottica in campo prossimo può essere addirittura migliore della AMF.

Per realizzare questa NSOM si usa come sorgente una fibra ottica, la cui estremità è resa 'appuntita' con un processo chimico (etching).

Questa punta-sorgente viene posta molto vicino alla superficie da investigare, e si raccoglie la radiazione riflessa, o quella trasmessa, a seconda del tipo di campione. Essendo a distanze molto piccole, la teoria della diffrazione da utilizzare non è più quella alla Fraunhofer, e dunque non c'è più il limite della lunghezza d'onda per la risoluzione spaziale.

Un vantaggio di questa microscopia rispetto a AMF è che essendo di tipo ottico si può abbinare anche della spettroscopia : se la frequenza della radiazione è risonante con una transizione per esempio di una specie drogante del campione in esame, si osservano anche dei picchi in corrispondenza degli atomi di drogante, su un 'background' che riporta la morfologia del campione.

Il prof fa ora una carrellata di figure, commentandole solo qualitativamente (vedi pagine 471 e seguenti).

C'è la figura di diffrazione da singola fenditura (pag 473) : c'è il massimo principale al centro, e i massimi secondari ai due lati.

C'è la figura d'interferenza del foro circolare, con gli anelli (pattern di Airy).

Questi pattern dallo luogo al limite di risoluzione spaziale di cui parlavamo prima (vedi figura a pag 476).

In altre parole, qualunque oggetto osserviamo attraverso un'ottica, che ha sempre un'apertura finita, anche se è puntiforme, lo vedremo sempre come uno spot (il massimo centrale), e dunque se abbiamo due oggetti vicini, li riusciamo a risolvere solo se stanno a distanza superiore al 'diametro dello spot'.

- diffrazione da doppia fenditura

concettualmente, quando invece di una fenditura ne abbiamo due, si sovrappongono due questioni : abbiamo la diffrazione della luce che esce dalla singola fenditura, e l'interferenza tra le due fenditure.

Si ha una sorta di 'involuppo' dei due pattern.

La diffrazione della singola fenditura provoca un campo che va come

$$E_1 \propto \frac{\sin \Delta}{\Delta}$$

$$E_1 = C \frac{\sin \Delta}{\Delta} e^{i(\Delta t + \Delta_1)}$$

dove Δ è la differenza di cammino ottico dei due raggi che provengono dai due estremi della fenditura (vedi figura pag 477) :

$$\Delta = \frac{\Delta a \sin \theta}{\Delta}$$

(a è la larghezza della fenditura, e θ è 'l'angolo del massimo', cioè l'angolo che forma la congiungente il reticolo (diciamo il suo centro) con il punto dello schermo in cui si forma il massimo)

Poi avremo il campo dovuto all'altra fenditura :

$$E_2 = C \frac{\sin \Delta}{\Delta} e^{i(\Delta t + \Delta_2)}$$

con una fase diversa, dovuta al differente cammino ottico Δ :

$$\Delta = \frac{\Delta h \sin \theta}{\Delta}$$

(h è la distanza tra le fenditure)

Dunque a causa dell'interferenza tra i due campi delle due fenditure abbiamo un campo totale

$$E = E_1 + E_2$$

$$E = C \frac{\sin \alpha}{\alpha} \cos \beta.$$

L'intensità, proporzionale al modulo quadro, è :

$$I = I_0 \frac{\sin^2 \alpha}{\alpha^2} \cos^2 \beta \quad (\text{formula della doppia fenditura})$$

dove compare un termine di diffrazione e un termine di interferenza.

Il termine di diffrazione ha il tipico andamento col massimo principale e quelli secondari;

Il termine di interferenza ha un semplice andamento cosinusoidale, oscillante tra interferenza costruttiva e interferenza distruttiva.

Dunque il loro prodotto è un grafico oscillante con involuppo di 'massimo principale e massimi secondari' (vedi figure a pag 477).

Sperimentalmente si hanno una banda centrale, 'a righe' di luce e ombra, e delle bande secondarie simmetriche ai due lati, anche loro a righe.

Man mano che si passa da due a tre, quattro, etc fenditure, si arriva a righe sempre più fitte che 'frammentano' sempre più il pattern di diffrazione (vedi figure a pagg 478 e 479).

Questo è quello che abbiamo sempre visto per l'interferenza : aumentando il numero di sorgenti che interferiscono si assottigliano le righe di interferenza.

Il prof dice «la banda principale è sottesa da un angolo α/a , mentre la riga è sottesa da un angolo α/h , e infatti è più stretta».

Ma io non sono sicuro di aver capito che intende per 'angolo che le sottende'.

- reticolo

Estendendo il numero di fenditure arriviamo al reticolo di diffrazione.

Il pattern del reticolo è fatto con una serie di massimi principali, che decrescono man mano che ci allontaniamo da quello centrale, e tra questi dei massimi secondari,

molto meno pronunciati.

D'ora in poi chiameremo massimo principale solo quello centrale, e massimi secondari gli altri 'massimi principali laterali', trascurando del tutto quelli che qui abbiamo chiamato massimi secondari.

La relazione che descrive il pattern del reticolo è :

$$h \sin \theta_m = m \lambda.$$

In particolare questa formula esprime la condizione per i massimi : quali sono gli angoli θ a cui si hanno i massimi.

Commenti : abbiamo un massimo principale, e dei massimi secondari che decrescono via via.

La maggior parte della potenza va a finire nel massimo principale.

Questo lo possiamo vedere matematicamente col fatto che per l'ordine zero, cioè per $m=0$, il seno è zero, e dunque la condizione di massimo è uguale per tutte le lunghezze d'onda.

Dunque si ha che se mandiamo della luce bianca, il massimo principale è bianco, mentre ogni componente monocromatica ha i massimi secondari spostati.

In altre parole, se vogliamo usare il reticolo per risolvere le varie componenti monocromatiche di una radiazione, questo effetto lo si ha solo sui massimi secondari, e non sul massimo principale.

D'altra parte sui massimi secondari 'va' solo una piccola parte della radiazione, e questo rende 'inefficiente' il reticolo come 'separatore di spettro'.

Un'altra fonte di 'inefficienza' di questo tipo di reticolo è il fatto che tutta la radiazione che arriva sulle parti opache tra una fenditura e l'altra viene completamente persa.

Questa doppia inefficienza (il fatto che la maggiorparte della radiazione va nel massimo principale, che 'non risolve', e il fatto che parte della radiazione viene persa nelle zone opache) ha spinto a creare altri tipi di reticoli.

Quello che vogliamo ottenere è di 'mandare più parte della radiazione in uno dei massimi secondari'.

Una prima idea è di non incidere sul reticolo normalmente, ma con un certo angolo.

Incidendo in maniera obliqua si aumenta la differenza di cammino ottico, e dunque la differenza di fase tra i vari contributi delle varie fenditure che interferiscono tra loro (vedi figura a pag 484).

In questo caso la condizione per i massimi secondari è :

$$d (\sin \theta_m - \sin \theta_i) = m \lambda$$

dove θ_i è l'angolo di incidenza e θ_m è l'angolo che individua il massimo di ordine m .

* reticolo blazed

I reticoli più efficienti che si usano adesso sono concettualmente simili a questi.

C'è ancora l'idea di far incidere il fascio in maniera obliqua.

Il miglioramento ulteriore è di far funzionare il reticolo in riflessione anziché in trasmissione, in modo da non perdere radiazione a causa delle 'zone opache tra una fenditura e l'altra).

L'idea è di usare una superficie riflettente 'scalettata', e la scalettatura fornisce la differenza di cammino ottico e quindi la differenza di fase per l'interferenza (vedi figura a pag 484).

Piccola divagazione : un reticolo realizzato con un telaio e tanti fili metallici tesi.

Questo funziona da polarizzatore per le microonde : gli elettroni dei fili metallici possono oscillare lungo il filo, e dunque il campo che oscilla (è polarizzato) in quella direzione viene 'passato', mentre l'altra componente non passa perché gli elettroni non possono passare da un filo all'altro.

La condizione di interferenza, cioè la 'condizione per i massimi secondari' (interferenza costruttiva) per il reticolo 'blazed' è :

$$d (\sin \theta_m \pm \sin \theta_i) = m \lambda$$

cioè formalmente uguale al reticolo in trasmissione nel caso di incidenza obliqua.

In questo caso l'angolo di incidenza e l'angolo sotto cui si vedono i massimi sono misurati rispetto alla normale al 'piano del blocchetto metallico', e non rispetto al piano delle faccette (vedi sempre figura a pag 484).

Il segno \pm compare a causa dei segni degli angoli, che possono anche essere negativi. Si ha '+' se il raggio incidente e il raggio riflesso stanno dalla stessa parte della normale al piano del reticolo, e '-' nell'altro caso.

(inizio lezione 24)

Qui il prof fa una divagazione sugli array di antenne (che però è utile per capire il reticolo blazed) :

se si introduce una differenza di fase costante tra un'antenna dell'array e la sua vicina, si può spostare il punto (l'angolo) in cui capita il massimo principale, senza girare le antenne (per qualche formula e qualche figura vedi pagine 481 e 482).

Accenno a reticoli in trasmissione non con *fenditure* ma con zone a diverso indice di rifrazione (tecniche litografiche).

Torniamo al reticolo 'blazed'.

Rispetto al tradizionale reticolo fatto con le fenditure e usato con incidenza normale abbiamo dunque tre miglioramenti :

- a) lo utilizziamo con incidenza obliqua
- b) lavorando in riflessione utilizziamo tutta la radiazione (no perdite per le zone opache)
- c) introduciamo una differenza di fase

Esistono dei reticoli che pure lavorano in riflessione, e che pure si possono usare con incidenza obliqua, ma hanno le 'faccette' tutte sullo stesso piano : sono realizzati semplicemente praticando delle incisioni (non riflettenti) su una superficie riflettente (ad es. metallica).

La differenza è dunque che le superfici delle faccette riflettenti, nel reticolo blazed, non sono complanari, e questo introduce un'ulteriore differenza di cammino ottico, oltre alla possibile incidenza obliqua.

Ribadiamo che la condizione per i massimi è

$$d (\sin \alpha_m \pm \sin \alpha_i) = m \lambda.$$

La condizione per il massimo principale della diffrazione, cioè l'ordine zero, si ha ponendo $m=0$:

$$d (\sin \alpha_m \pm \sin \alpha_i) = 0$$

$$\sin \alpha_m \pm \sin \alpha_i = 0$$

$$\sin \alpha_m = \pm \sin \alpha_i$$

$$\alpha_m = \pm \alpha_i$$

(il prof trascura il \pm)

Dunque l'ordine zero, il massimo principale, si ha all'angolo $\alpha_0 = \alpha_i$.

Ricordiamo che gli angoli si misurano rispetto alla normale del piano del reticolo.

Dunque il massimo principale del pattern di diffrazione si ha ad un angolo pari all'angolo di incidenza, come se il reticolo fosse un semplice piano, e si avesse una riflessione speculare rispetto al 'piano del reticolo'.

Come visto prima, nel massimo principale vanno a finire tutte le componenti monocromatiche, in quanto la condizione per il massimo è indipendente da λ

(degenerazione dei 'massimi monocromatici').

Per i massimi secondari invece c'è dipendenza dalla lunghezza d'onda, e dunque ogni componente ha un massimo secondario un pò spostato.

Dunque se dobbiamo usare il reticolo per separare le componenti monocromatiche, dovremo usare un massimo secondario.

Tuttavia il problema è che la maggior parte dell'intensità della radiazione incidente va a finire nel massimo principale!

Ma se c'è l'angolo di blaze le cose cambiano.

Considerando la singola faccetta, se mandiamo della radiazione con incidenza obliqua, la maggior parte della radiazione riemergerà con un angolo di riflessione uguale all'angolo di incidenza, misurati però questa volta rispetto alla normale alla faccetta (legge di Cartesio).

Dunque in questo caso con le faccette inclinate (reticolo blazed), la maggior parte della radiazione non va più nel massimo principale della figura di diffrazione, ma in questa direzione determinata dalla riflessione sulle faccette.

(Quest'ultima affermazione è fatta così, senza dimostrazione, basandosi solo sull'intuizione : non mi soddisfa!)

Studiando opportunamente l'angolo di blaze si può dunque fare in modo che questo angolo

coincida con l'angolo di un certo massimo secondario.

In questo modo la maggior parte della radiazione non andrà più nel massimo principale, ma in un massimo secondario.

Per fugare dei dubbi, osserviamo che ogni faccetta sta su un piano diverso dall'altra, e dunque c'è una differenza di fase dovuta a diverso cammino ottico. Tuttavia questa differenza di fase è uguale tra tutte le faccette, e dunque non cambia niente ai fini dell'interferenza!

Per studiare la cosa quantitativamente esprimiamo la condizione di riflessione speculare sulle faccette, che è espressa misurando gli angoli rispetto alla normale alla faccetta, misurando invece gli angoli rispetto alla normale al piano del reticolo.

Osservando la figura a pag 485 è facile vedere che l'angolo θ^* a cui si ha la 'riflessione sulle faccette', e dunque a cui va la maggior parte dell'intensità luminosa, è dato da :

$$\theta_i - \theta = \theta^* + \alpha$$

$$\theta_i - \theta^* = 2\alpha$$

$$\theta_i - \theta^* = 2\alpha \sin \theta_i$$

$$\theta^* = \theta_i + 2\theta$$

Ora, si può scegliere θ in modo che questo angolo θ^* , in cui arriva la maggior parte dell'intensità, coincida con l'angolo in cui capita un massimo secondario.

La condizione che si deve verificare per avere questo è :

$$m \lambda_B = 2 d \sin \theta$$

e come vediamo questa condizione dipende anche dalla lunghezza d'onda.

Riassumendo, abbiamo fatto in modo che in un certo 'massimo principale di un certo ordine superiore' (detto impropriamente 'massimo secondario') va a finire la maggior parte della radiazione di una certa lunghezza d'onda.

Ma per gli ordini superiori si ha 'risoluzione' delle componenti monocromatiche!.

Quindi possiamo usare il reticolo per risolvere le componenti monocromatiche della radiazione la cui banda è centrata su quella determinata lunghezza d'onda, perché in questo caso il grosso dell'intensità andrà in un massimo secondario, e dunque le componenti monocromatiche saranno risolte.

- configurazione Litrow del reticolo blazed
(Vedi figura a pag 486)

In questa configurazione si manda la luce in modo che incida normale alle faccette. In questo caso la riflessione 'di Cartesio' è tale che la maggior parte dell'intensità luminosa torna indietro sulla stessa direzione di incidenza.

Ora, Ci sarà una certa lunghezza d'onda λ per cui questo angolo sarà anche l'angolo di un massimo di diffrazione di un certo ordine m :

$$2 d \sin \theta_m = m \lambda$$

dove abbiamo usato il fatto che l'angolo d'incidenza è uguale all'angolo del massimo.

In questo caso si può fare spettroscopia, cioè risolvere le componenti monocromatiche perché il massimo in cui va molta intensità è un massimo secondario.

In questo modo il reticolo si comporta sia da specchio che da reticolo, mandando indietro la luce che gli arriva, ma 'risolta' nelle sue componenti monocromatiche (almeno in una certa direzione 'speciale').

In altre parole arriva luce monocromatica, e torna indietro, perfettamente sovrapposta al fascio incidente, solo una componente monocromatica con una certa

λ , perché quella è la direzione di un suo massimo secondario. Le altre componenti in cui il reticolo risolve la radiazione andranno in altre direzioni.

Il prof commenta la figura in alto nella stessa pagina : c'è un telescopio che fa da beam expander messo prima che il fascio arrivi sul reticolo. In questo modo si riesce ad 'illuminare' molte 'fenditure' (faccette) del reticolo. Per sfruttare al meglio un reticolo bisogna sempre cercare di illuminare quante più fenditure.

-potere risolutivo

Per un reticolo si definisce il potere risolutivo, come rapporto tra la lunghezza d'onda e la minima differenza di lunghezza d'onda che riesce a risolvere :

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda_{min}}$$

Facendo i conti si ha :

$$R = m N,$$

dove N è il numero di fenditure illuminate dalla radiazione.

Per avere un'idea quantitativa, per un reticolo con faccette larghe $d=10 \mu\text{m}$, per una radiazione con $\lambda=500 \text{ nm}$, considerando il massimo secondario di ordine $m=34$ e con un numero di fenditure (faccette) illuminate dalla radiazione $N = 3 \times 10^4$ possiamo calcolare il potere risolutivo e, invertendo la definizione, anche la minima differenza di lunghezza d'onda che il prisma riesce a risolvere :

$$R = 34 \cdot 3 \cdot 10^4$$

$$R = 10^6$$

e per $\Delta\lambda_{min}$ si ha :

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{R} = \frac{0.5 \times 10^6}{10^6} = 0.5 \times 10^{12} = 0.005 \text{ \AA}$$

che in termini di frequenza significa una differenza di frequenza di mezzo gigahertz.

Ricordiamo che per un prisma il potere risolutivo è dell'ordine di 10^3 .

Ad esempio possiamo studiare una riga con allargamento Doppler, che ha appunto larghezze di qualche gigahertz.

A volte si riescono a fare reticoli con un profilo sferico o parabolico che quindi può

focalizzare il fascio che gli arriva.

- filtro di Lyot
(lez 24; 25' 00")

Torniamo al problema di sopprimere i modi non di interesse in cavità.

Il filtro di Lyot serve proprio per fare una prima selezione dei modi che stanno sotto una certa curva di guadagno molto larga.

- polarizzazione
(vedi pag 506)

Possiamo sempre scomporre il campo elettrico della radiazione in due componenti lungo due direzioni perpendicolari appartenenti al piano perpendicolare alla direzione di propagazione della radiazione stessa.

Per fissare le idee, se la luce si propaga lungo z , avremo due componenti del campo lungo x e lungo y .

(nb, quello che segue sono mie considerazioni)

In generale queste due componenti del campo lungo x e y avranno due fasi diverse. Il campo complessivo può avere o meno una polarizzazione, a seconda che questa differenza di fase è costante o comunque ha una certa legge o è random.

In generale, uno ha l'idea che 'il vettore campo elettrico in un'onda elettromagnetica è qualcosa che oscilla'.

Ma questo può essere fuorviante : il vettore campo elettrico può anche essere un vettore di modulo costante.

In questo caso "l'oscillazione" in un certo senso sta nelle componenti : 'vettore oscillante' in senso lato può anche essere un vettore di modulo fissato ma che ruota.

Ciò detto, vediamo i tre tipi di polarizzazione :

Abbiamo grosso modo tre situazioni possibili :

+ polarizzazione circolare, quando il campo elettrico è un vettore di modulo costante che ruota con velocità angolare costante. Il vertice del vettore descrive un cerchio.

+ polarizzazione lineare, quando il campo oscilla lungo una direzione fissata. In questo caso si tratta di un vettore il cui modulo oscilla accorciandosi, diventando nullo, e rallungandosi, mantenendo fissa la direzione.

+ polarizzazione ellittica, il vettore campo elettrico ha un modulo che oscilla, non annullandosi mai, e contemporaneamente ruota. Questo movimento è tale che il

vertice del vettore descrive un'ellisse.

In generale, scomponendo nelle due componenti del piano perpendicolare al vettore d'onda, si ha :

$$\begin{aligned} E_x &= a_x \sin(\omega t + \phi_x) \\ E_y &= a_y \sin(\omega t + \phi_y) \end{aligned}$$

allora

- la polarizzazione ellittica si ha quando la differenza di fase $\phi_x - \phi_y$ è $\pi/2$ e i coefficienti sono diversi
- la polarizzazione circolare si ha quando la differenza di fase $\phi_x - \phi_y$ è $\pi/2$ e i coefficienti sono uguali
- la polarizzazione lineare si ha quando la differenza di fase $\phi_x - \phi_y$ è (multiplo di) π .

Riguardo ai coefficienti, se sono uguali la direzione di oscillazione è a 45° , sennò ha una certa direzione.

Si dimostra che tutti i possibili stati di polarizzazione si possono realizzare combinando questi.

Domanda : come si può fare a vedere se della radiazione è polarizzata o meno, e se lo è, come è polarizzata?

Un'idea è di usare un polarizzatore, cioè un oggetto 'trasparente', con un asse privilegiato, che fa passare solo la luce se è polarizzata linearmente in una certa direzione.

Se abbiamo della luce polarizzata linearmente e la facciamo passare attraverso questo polarizzatore, e man mano lo ruotiamo, avremo una posizione in cui osserviamo un massimo di intensità trasmessa, la posizione perpendicolare in cui non passa (quasi) niente, e le posizioni intermedie in cui passa solo una parte della radiazione, cioè la componente di polarizzazione lungo la direzione del polarizzatore.

Purtroppo però, con un polarizzatore non possiamo distinguere la luce polarizzata circolarmente (o ellitticamente) dalla luce non polarizzata.

Infatti in entrambi i casi vediamo sempre la stessa intensità indipendentemente da come ruotiamo il polarizzatore.

Tra parentesi i polarizzatori più semplici sono dei fogli di plastica, fatta con dei

polimeri allungati ordinati nella stessa direzione.

Altro accenno : la legge di Malus $I = I_0 \cos^2 \alpha$ descrive l'andamento dell'intensità in trasmissione attraverso due polarizzatori in funzione dell'angolo tra le due direzioni di polarizzazione.

Il primo polarizzatore ci assicura una luce polarizzata linearmente, e il secondo la 'taglia'.

Rapporto di estinzione di un polarizzatore :

$$\frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$$

Abbiamo dunque bisogno di una *lamina di ritardo*.

* lamina di ritardo

I polarizzatori che abbiamo visto, basati sui polimeri polaroidi, lavorano in assorbimento, nel senso che assorbono le componenti non di interesse facendo passare solo una porzione di radiazione, polarizzata linearmente.

Dunque 'rubano' radiazione (perdite) e poi hanno un limite oltre il quale 'si spaccano'. Inoltre non riescono a polarizzare perfettamente. In realtà la radiazione che esce è polarizzata ellitticamente, con una piccola componente sull'asse minore dell'ellisse.

Esistono altri componenti ottici basati sul fenomeno della birifrangenza (39' 00").

La birifrangenza è una proprietà basata sull'anisotropia dei materiali.

Cristalli come la calcite presentano indici di rifrazione diversi lungo direzioni diverse. In generale si hanno tre indici di rifrazione sui tre assi cartesiani, e un'ellissoide che descrive l'indice di rifrazione in tutte le altre direzioni.

Per lo più si hanno due indici di rifrazione uguali, diciamo lungo l'asse x e y, che chiameremo $n_1 = n_2$, e quello sull'asse z diverso, che chiameremo n_3 .

Descriviamo qualitativamente che succede.

Se mandiamo della radiazione, polarizzata circolarmente, lungo l'asse y, le due componenti 'vedranno' un diverso indice di rifrazione, e dunque si propagheranno con una diversa velocità.

All'uscita dunque si 'ricomporranno' con una differenza di fase diversa da quella che avevano all'ingresso (a causa del diverso cammino ottico), e quindi sarà cambiata la polarizzazione.

Studiando opportunamente lo spessore della lamina si possono ottenere i cambiamenti voluti per la polarizzazione.

Vediamo più nel dettaglio.

Storicamente i cristalli con proprietà ottiche anisotrope hanno preso il nome di *cristalli birifrangenti*. Il motivo è che se uno guarda un oggetto attraverso un tale cristallo, a causa del diverso cammino ottico, si vedono due immagini sdoppiate. Io questa cosa non ho capito perché succede. Vagamente ho capito che le due componenti del campo polarizzato nei due piani in cui l'indice di rifrazione è diverso, compiono proprio due cammini geometrici diversi, e quindi emergono in punti diversi.

Torniamo all'ellissoide degli indici di rifrazione.

Se facciamo andare un'onda polarizzata linearmente in un materiale birifrangente, il campo vedrà un solo indice di rifrazione, e dunque non si avranno effetti strani.

Ma se il campo è polarizzato circolarmente, avremo le due componenti lineari che vedono due indici di rifrazione diversi.

Dunque le due componenti accumulano una differenza di fase.

Diciamo che la lamina ha uno spessore d .

Le due componenti del campo all'uscita dalla lamina sono

$$\begin{aligned} E_x &= E_{0x} \cos(\omega t + k_x d) \\ E_y &= E_{0y} \cos(\omega t + k_y d) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_x &= E_{0x} \cos\left[\omega t + \frac{2\pi}{\lambda_0} n_x(\omega) d\right] \\ E_y &= E_{0y} \cos\left[\omega t + \frac{2\pi}{\lambda_0} n_y(\omega) d\right] \end{aligned}$$

dunque a causa dei diversi indici di rifrazione ci sono fasi diverse.

La differenza di fase è :

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} [n_x(\omega) - n_y(\omega)] d.$$

Ora, si può preparare lo spessore in modo che $\Delta\phi = \pi/2$ o $\Delta\phi = \pi$.

In altre parole

$$[n_x(\omega) - n_y(\omega)] d = \frac{\lambda_0}{4} \quad \text{oppure} \quad \Delta\phi = \frac{\pi}{2}$$

$$[n_x(\lambda) - n_y(\lambda)]d = \frac{\lambda_0}{2} \quad \lambda \quad \lambda = \lambda.$$

In gergo si parla di 'lamina a $\lambda/2$ ' e 'lamina a $\lambda/4$ ', o lamina a mezz'onda o a un quarto d'onda rispettivamente.

osservazione importante : l'indice di rifrazione dipende dalla lunghezza d'onda! quindi queste proprietà delle lamine di ritardo sono specifiche per una certa lunghezza d'onda!

Vediamo fisicamente questo cosa comporta.

Se entra della luce polarizzata linearmente in una lamina a un quarto d'onda, all'uscita una delle due componenti ha accumulato una differenza di fase rispetto all'altra pari a $\pi/2$ e quindi esce polarizzata circolarmente.

Viceversa, se entra polarizzata circolarmente esce polarizzata linearmente.

Invece, con una lamina a mezz'onda, una radiazione che entra polarizzata linearmente in una certa direzione, esce polarizzata sempre linearmente, ma in una direzione perpendicolare.

Con una lamina a $\lambda/4$, e uno specchio, possiamo far entrare della radiazione polarizzata circolarmente ma in un certo senso, questa passa la lamina e diventa polarizzata linearmente, poi si riflette sullo specchio, ripassa per la lamina, e ne esce polarizzata sempre circolarmente, ma nell'altro senso (si parla di λ_+ e λ_-).

Con l'uso combinato di lamine di ritardo e polarizzatori si può fare una cosa interessante.

Immaginiamo di avere due polaroidi. Se li metto incrociati, il primo polarizza la luce linearmente in un certo senso, e il secondo la blocca.

Immaginiamo adesso di mettere una lamina a $\lambda/2$ tra i due polarizzatori incrociati. La luce che il primo polarizzatore ha reso polarizzata linearmente, passando per la lamina diventa polarizzata linearmente, ma con direzione di polarizzazione ruotata di $\lambda/2$, e dunque passerebbe per il secondo polarizzatore.

Nota : la birifrangenza si può ottenere meccanicamente, comprimendo o dilatando un mezzo trasparente (stress).

Infatti, se ad esempio comprimiamo il mezzo in una certa direzione, modificheremo la struttura microscopica del materiale (ad esempio il reticolo, se si tratta di un cristallo), rendendolo anisotropo.

A questo riguardo esiste un modo per rivelare gli stress meccanici di materiali trasparenti, inserendoli tra due polarizzatori incrociati.

Se il mezzo non ha stress, vuol dire che è isotropo, e dunque non altera la luce. Dunque quello che conta sono solo i due polarizzatori, che essendo incrociati non fanno passare la luce.

Se è presente uno stress, ci sarà un fenomeno di birifrangenza, e dunque un'alterazione della

polarizzazione tra un polarizzatore e l'altro. Dunque in questo caso dal secondo polarizzatore esce della luce.

- filtro di Lyot
(lez 24; 57' 50", vedi pag 459)

Un filtro di Lyot consiste proprio in una lastra di materiale birifrangente (lamina di ritardo), messa tra due polarizzatori.

Per una certa lunghezza d'onda questa lamina comporta sfasamento nullo tra le due componenti della polarizzazione dell'onda : la componente a quella lunghezza d'onda della radiazione esce come è entrata.

Ricordiamo che l'indice di rifrazione dipende dalla lunghezza d'onda!

Dunque questo fatto è specifico solo per quella particolare lunghezza d'onda, mentre per le altre lunghezze d'onda la polarizzazione dopo la lamina è diversa da quella prima della lamina.

Tuttavia, essendo la fase un 'oggetto periodico' è facile vedere che se questa lamina 'lascia intatta' la polarizzazione di una certa lunghezza d'onda, lo fa anche con altre lunghezze d'onda a intervalli periodici in frequenza.

Esisterà dunque una sorta di Free Spectral Range, cioè di intervallo di frequenze la cui polarizzazione viene alterata, e periodicamente delle frequenze particolari la cui polarizzazione rimane inalterata.

Se mettiamo questa speciale lamina tra due polarizzatori 'paralleli tra loro', avremo realizzato un filtro, perché i polarizzatori faranno passare solo quelle speciali frequenze che la lamina lascia inalterate.

Tuttavia bisogna considerare che le altre frequenze non vengono completamente bloccate dal secondo polarizzatore, ma solo attenuate. Infatti la lamina cambierà la loro polarizzazione, ma solo alcune particolari frequenze saranno cambiate in modo da vedere la loro polarizzazione lineare ruotata di 90° . Alle altre il secondo polarizzatore taglierà solo la componente di polarizzazione 'sbagliata', ma lascerà passare la componente 'originaria'.

Si avrà una legge di attenuazione simile alla legge di Malus : c'è una *banda passante*. Tra l'altro se incliniamo il filtro, cambia lo spessore di lamina che la radiazione 'vede', e dunque possiamo 'spostare' questa banda passante.

Comunque, se mettiamo questo oggetto in una cavità, questa attenuazione, vista come una perdita, può essere sufficiente a non far 'laserare' per le troppe perdite i modi che ci danno fastidio. Ricordiamo che una certa radiazione (purché all'interno della curva di guadagno) può laserare solo se i guadagni (mezzo attivo) superano le perdite.

- uso del filtro di Lyot associato a etalon

(1h 02')

Consideriamo un laser con una curva di guadagno molto larga (ad esempio un Nd-YAG) (vedi figura 2 in basso a pag 464).

Per selezionare i modi possiamo introdurre nella cavità un filtro di Lyot.

Abbiamo visto che la trasmittività di questo filtro birifrangente ha un andamento tipo legge di Malus, e dunque solo i modi che capitano in questa 'banda' vengono fatti passare, mentre gli altri 'vedono' delle perdite tali da non riuscire a laserare.

Notiamo che ruotando (inclinando) il filtro di Lyot si può spostare la sua banda passante (perché inclinando la lamina cambia la distanza che la radiazione percorre al suo interno (spessore)!).

Comunque sotto la banda passante del filtro possono ancora oscillare molti modi (dipende dal FSR, e quindi dalla lunghezza della cavità).

Per selezionare ulteriormente questi modi possiamo usare uno (o più) etalon.

Ricordiamo che un etalon è semplicemente una cavità Fabry Perot a specchi piani (realizzata con un unico blocchetto di materiale).

Abbiamo visto che la trasmittività di una cavità F.P. (a specchi piani) è fatta da tanti picchi separati dal FSR $c/2l$ (profilo di Airy), dove l è la lunghezza, cioè lo spessore, dell'etalon (profilo di Airy, [vedi](#)) e inoltre i picchi sono più stretti quanto più riflettenti sono gli specchi (finesse) ([vedi](#)) dell'etalon.

Organizzando opportunamente i parametri dell'etalon (spessore e finesse) si può ottenere che solo per un modo il guadagno superi le perdite, e dunque selezionare un solo modo nella cavità laser.

Gli altri modi possono essere 'riempiti' per fluorescenza, per emissione spontanea, ma non ce la fanno ad essere amplificati e a laserare.

- altri metodi per selezionare i modi in cavità

(1h 08')

Per avere solo un modo sotto la curva di guadagno si può accorciare la cavità, in modo da allungare il FSR, fino a far capitare solo un modo sotto la curva di guadagno.

Ma questo fatto di fare una cavità corta implica l'averne un mezzo attivo piccolo!

Dunque un altro metodo è usare un interferometro di Michelson (vedi figura a pag 463).

Possiamo creare un vero e proprio interferometro Michelson all'estremità della cavità, lunga quanto si vuole, e prelevare la radiazione laser ad una delle uscite dell'interferometro.

Agendo sui due bracci dell'interferometro, anziché sulla lunghezza della cavità, si può selezionare solo un modo di interesse, facendo in modo che solo lui faccia interferenza costruttiva nell'interferometro, ed eliminando gli altri.

- **Appunti vari**

- polarizzazione (appunti miei) :

Diciamo che le due componenti del campo sono :

$$\vec{E}_x = \hat{x} A \sin(\omega t + \varphi_x)$$

$$\vec{E}_y = \hat{y} B \sin(\omega t + \varphi_y).$$

Cominciamo col dire che la frequenza deve essere la stessa senno non è il campo di un'onda.

per avere la polarizzazione circolare occorre che i due coefficienti siano uguali, e che la differenza di fase $\Delta\varphi = |\varphi_x - \varphi_y|$ sia di $\pi/2$.

In questo caso il campo totale è un vettore di modulo costante che ruota solo.

per avere la polarizzazione ellittica deve essere sempre $\Delta\varphi = \pi/2$ ma i coefficienti devono essere diversi : $A \neq B$.

In questo caso il vettore campo totale ruota e il suo modulo oscilla. Il periodo dell'oscillazione coincide con quello della rotazione.

Caso degenero : uno dei due coefficienti è nullo : uno dei due assi dell'ellisse è nullo : polarizzazione lineare su uno dei due assi.

Per la polarizzazione lineare non sono sicuro, ma credo che debbano avere sfasamento nullo, e i due coefficienti decidono l'inclinazione.

Se lo sfasamento è diverso da 0 e $\pi/2$ allora si ha una specie di 'stella arrotondata', cioè il vettore ruota e oscilla, e il periodo di rotazione e quello di oscillazione sono diversi (mentre nel caso circolare non si aveva oscillazione e nel caso ellittico si aveva, am con periodo uguale a quello della rotazione).

- **appunti dal Bruzzese**

(Quello che segue è preso dal Bruzzese)

Per un mezzo anisotropo si definisce il *tensore dielettrico* al posto di una semplice costante dielettrica.

In un opportuno riferimento questo tensore si diagonalizza

ellissoide degli indici o ellissoide delle normali (d'onda) (pag 91, formula 3.23)

$$\frac{x^2}{\epsilon_{rx}} + \frac{y^2}{\epsilon_{ry}} + \frac{z^2}{\epsilon_{rz}} = 1$$

ellissoide i cui semiassi sono uguali alle radici quadrate delle costanti dielettriche relative principali

- Birifrangenza (pag 92)

fenomeno di sdoppiamento del raggio incidente su un cristallo.

I due raggi sono entrambi polarizzati linearmente, lungo direzioni mutuamente ortogonali.

Calcite (spato d'Islanda)

asse ottico asse di simmetria del cristallo

(gruppi di simmetria puntuali, la calcite è di ordine 3 : il cristallo è simmetrico per rotazioni di multipli di 120°)

Piano principale piano passante per l'asse ottico e contenente il vettore d'onda di un'onda propagantesi

si osserva che (pag 94, all'inizio) per direzioni di propagazione parallele all'asse ottico il fenomeno della birifrangenza scompare : il raggio incidente non si sdoppia

Classificazione delle proprietà ottiche dei cristalli in base ai sistemi cristallini

sistema cubico : cristalli isotropi (si comportano come le sostanze amorfe)

sistemi trigonale, tetragonale e esagonale (calcite) : asse di simmetria di ordine 3, 4, 6.

Tale asse è una direzione 'privilegiata' e unica, lungo la quale la luce propagantesi vede gli atomi simmetricamente distribuiti.

Lungo quest'unica direzione speciale non si osserva il fenomeno della birifrangenza.

Lungo tutte le altre direzioni la luce vede disposizioni asimmetriche (dunque si tratta di mezzi anisotropi).

Tali cristalli sono detti uniassici.

sistemi ortorombico monoclinico e triclinico : ci sono due assi lungo i quali non si osserva la birifrangenza

indici di rifrazione principali n_o e n_e = sono rispettivamente due indici di rifrazione, definiti per un cristallo uniassico, che descrivono le due velocità di propagazione del raggio ordinario (che dunque per definizione è la stessa indipendentemente dalla direzione di propagazione) e quella del raggio straordinario, quando la direzione di propagazione è perpend. all'asse ottico.

lamine di ritardo (pag 100, § 3.10)

Una lamina di ritardo è una lamina di cristallo uniassico, con l'asse ottico parallelo alle due facce, e dunque perpendicolare alla direzione di propagazione del raggio incidente sulla lamina (in genere il raggio incide perpendicolarmente)

Poiché il raggio incide perpend. non c'è fenomeno di birifrangenza, ma le due componenti si propagano a velocità diverse.

La differenza di cammino ottico per la componente ordinaria e per quella straordinaria è data da :

$$\Delta = d |n_o - n_e|$$

la conseguente differenza di fase tra le due componenti polarizzate linearmente è :

$$\Delta\phi = k \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} d |n_o - n_e|$$

dove λ è la lunghezza d'onda della radiazione incidente.

Casi particolari :

lamina cromatica. E' una lamina